Auxiliar 2 Astrofísica de Galaxias

Perfil de Luminosidad y Dinámica

Profesora: Paulina Lira
Auxiliar: Miguel Sepúlveda

P1.- **Determinación de distancia** Una galaxia tiene una magnitud aparente integrada en la banda B de $m_B = 6{,}5$ mag, una velocidad de rotación esencialmente plana de 107 $\mathrm{km\,s^{-1}}$, y una forma elíptica con ejes mayor y menor de $73' \times 43'$.

1. Si la razón masa-luminosidad de la galaxia es $Y = M/L$, encuentre una expresión para la distancia a la que está la galaxia. Considere que la magnitud aparente en la banda B del sol es $m_{B,\odot} = -26$.

2. Otra galaxia tiene una magnitud en la banda B de 9,27, una velocidad de rotación de 280 $\mathrm{km\,s^{-1}}$, un diámetro aparente de $8{,}7'$, y está *edge-on*, por lo que la velocidad radial observada es la real. Está a una distancia conocida $D = 16{,}7$ Mpc ¿Cual su su relación masa luminosidad en la banda B, en unidades solares?

   Hint: Use la ecuación que permite recuperar la masa dinámica de la galaxia

   $$\frac{GM}{r^2} = \frac{V_{rot}^2}{r}$$

   y la ecuación de Danvers para recuperar la inclinación de una galaxia con grosor intrínsico α, semi-ejes mayor y menor a y b:

   $$\cos^2(i) = \frac{(b/a)^2 - \alpha^2}{1 - \alpha^2}$$

   Considere para este caso que $\alpha = 0{,}13$

Pauta P1.-

1. Primero definamos una expresión para la distancia. No sabemos directamente el radio de la galaxia, pero conocemos su tamaño angular, por lo que podemos expresarlo en función de la distancia D, $r = \theta D$, donde θ es el radio angular máximo que se ve desde la tierra, $\theta = 73' = 10^{-2}$ rad.

   Tampoco conocemos la masa, pero podemos usar la relación masa luminosidad para encontrar una expresión para ella, obteniendo $M = YL$. La luminosidad se puede expresar como $L =$

$4\pi D^2 F$, donde F es el flujo de la galaxia. Si recordamos, la definición de la magnitud aparente es

$$m_B = -2{,}5 \log_{10} \frac{F}{F_{B,ref}}$$

Así, la resta entre esta magnitud y la del sol elimina el flujo de referencia y permite obtener el flujo de la galaxia

$$m_B - m_{B,\odot} = -2{,}5 \left(\log_{10} \frac{F}{F_{B,\odot}} \right)$$
$$m_{B,\odot} = -26 \Rightarrow F = 10^{-13} F_{B,\odot}$$

Finalmente, como la galaxia está inclinada, debemos recuperar la velocidad original. Encontramos la inclinación usando la ecuación de Danvers, con $a = 73'/2$ y $b = 43'/2$, y obtenemos $\cos i = 0{,}58$, de donde podemos recuperar la velocidad original usando

$$V_{rot} = V_{obs} / \sin(i)$$

De donde obtenemos $V_{rot} = 132\text{km/s}$. Finalmente, unimos todo:

$$\begin{aligned}
\frac{GM}{r^2} &= \frac{V_{rot}^2}{r} \\
\Rightarrow \frac{GY(4\pi D^2 F)}{(D\theta)^2} &= \frac{V_{rot}^2}{D\theta} \\
\Rightarrow D &= \frac{V_{rot}^2 \theta}{4\pi G F Y} \\
&= 9{,}6\text{Mpc} \left(\frac{M_\odot / L_\odot}{Y} \right)
\end{aligned}$$

2. Con las mismas expresiones que el item anterior, se obtiene

$$Y = \frac{V_{rot}^2 \theta}{4\pi G F D}$$

En este caso, $\theta = 8{,}7'/2 = 1{,}3 \times 10^{-3}$ rad y $D = 16{,}7$ Mpc. Recuperamos el flujo de la galaxia con la misma técnica que en el item anterior, obteniendo $F = 8 \times 10^{-15} F_{B,\odot} = 8 \times 10^{-15} L_{B,\odot} / (4\pi(1AU)^2)$. Juntando todo esto, y conviertiendo a unidades solares, obtenemos

$$Y = 4 \frac{M_\odot}{L_\odot}$$

P2.- Brillo superficial

1. Si una galaxia se observa en *face-on*, y tiene una luminosidad superficial de una luminosidad solar por parsec, demuestre que el brillo superficial en unidades de magnitud por arcosegundo cuadrado es de $\mu_V = 26{,}3$ mag/arcsec^2 en la banda V.

2. Podemos expresar la relación entre el brillo superficial y la densidad de luminosidad en el centro como $\mu_V = 26{,}3 - 2{,}5 \log I$, donde I es la densidad de luminosidad de la galaxia en

luminosidades solares por parsec cuadrado. Si una galaxia tiene una luminosidad superficial central de $\mu_V = 21$ mag/arcsec^2, ¿Cual es la densidad de luminosidad en el centro de la galaxia?

3. En los últimos han se han descubierto galaxias ultradifusas muy débiles, con una luminosidad superficial central de $\mu_V = 27$ mag/arcsec^2. ¿A que corresponde este valor en términos de densidad de luminosidad?

Pauta P2.-

1. El brillo superficial, en unidades de magnitud es por definición

$$\mu = -2{,}5 \log_{10} I + C$$

Podemos recuperar C. Si consideramos un trozo de luz de 1 arcosegundo cuadrado de area, entonces la luminosidad recibida de ese parche es

$$L = I d^2 \delta\theta^2$$

donde $\delta\theta = 1'' = 1/206264$rad. A partir de esto, podemos determinar la magnitud absoluta del parche con

$$\begin{aligned} M &= -2{,}5 \log L/L_\odot + M_\odot \\ &= -2{,}5 \log I/L_\odot - 5 \log d - 5 \log \delta\theta + M_\odot \end{aligned}$$

Por lo tanto, la magnitud aparente del parche es

$$\begin{aligned} m &= M + 5 \log d - 5 \\ &= -2{,}5 \log I/L_\odot - 5 \log d - 5 \log \delta\theta + M_\odot + 5 \log d - 5 \\ &= -2{,}5 \log I/(L_\odot/1pc^2) - 5 \log \delta\theta + M_\odot \\ &= -2{,}5 \log I/(L_\odot/1pc^2) + 21{,}572 + M_\odot \end{aligned}$$

La observación clave es que para el parche $\mu = m$, ya que es de un arcosegundo cuadrado. Así, tenemos que si $I = I_\odot$, y con $M_\odot = 4{,}83$

$$\mu = 26{,}4 \text{mag/arcsec}^2$$

2. Usando la fórmula que derivamos, tenemos que

$$I = 132 \frac{L_\odot}{1pc^2}$$

3. Este valor corresponde a

$$I = 0{,}52 \frac{L_\odot}{1pc^2}$$

P3.- **Curvas de rotación** Considere una galaxia con el perfil de luminosidad superficial

$$I(r) = I_0 e^{-r/h}$$

donde I_0 es la densidad de luminosidad central, y h es el ancho característico.

1. Si la galaxia tiene una relación masa-luminosidad constante de $(M/L)*$, derive una expresión analítica para la forma de la curva de rotación (Solamente tome en cuenta el perfil de luminosidad dado).

2. Si la galaxia tiene una densidad de luminosidad central de $\mu_0 = 19{,}2$ mag/arcsec^2, $(M/L)* = 1$ $M_\odot/L_\odot$, $h = 3{,}5$ kpc, dibuje la curva de rotación desde $r = 0$ a $r = 30$ kpc

3. La curva de rotación observada es plana. En $r = 30$ kpc, la velocidad circular es 220 km/s. ¿Que masa se necesita para dar esta velocidad circular? ¿Cuanta masa hay dentro de $r = 30$ kpc, de acuerdo al perfil de luminosidad? ¿Cuanta materia oscura se necesita para que la curva de luz sea consistente? ¿Que porcentaje de toda la masa representa?

Pauta P3.-

1. Recordemos que el perfil de luminosidad está en unidades de luminosidad por unidad de area. Usando la relación masa luminosidad, podemos convertir esto a masa por arcosegundo cuadrado, por lo tanto la masa contenida un diferencial de area dA es

$$dM(r) = I_0 e^{-r/h} \left(\frac{M}{L}\right)^* dA(r)$$

Por lo que la masa a un radio r es

$$\begin{aligned} M(r) &= \int_0^{2\pi} \int_0^r I_0 e^{-r/h} \left(\frac{M}{L}\right)^* r dr d\phi \\ &= 2\pi h I_0 \left(\frac{M}{L}\right)^* (h - e^{-r/h}(h + r)) \end{aligned}$$

Finalmente, podemos encontrar la velocidad balanceando la fuerza centrifuga con la fuerza gravitacional

$$\begin{aligned} \frac{GM}{r^2} &= \frac{V_{rot}^2}{r} \\ \Rightarrow V_{rot} &= \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \\ &= \sqrt{2\pi G h I_0 \left(\frac{M}{L}\right)^*} \sqrt{(h - e^{-r/h}(h + r))/r} \end{aligned}$$

2. Recordando que para $\mu_\odot = 27$ mag/arcsec^2 corresponde a una densidad de luminosidad de $I_\odot = 1L_\odot/1pc^2$, entonces

$$\begin{aligned} \mu_0 &= -2{,}5 \log(I/I_\odot) + \mu_\odot \\ \Rightarrow I &= 10^{\left(-\frac{\mu_0 - \mu_\odot}{2{,}5}\right)} I_\odot = 10^{2{,}92} I_\odot \end{aligned}$$

Tomando $G = 4{,}3 \times 10^{-3}\ \mathrm{pc}\,\mathrm{M}_\odot^{-1}\,\mathrm{km}^2\,\mathrm{s}^{-2}$, obtenemos

$$V_{rot} = 280{,}45\mathrm{km}\,\mathrm{s}^{-1}\sqrt{\frac{3500\mathrm{pc} - e^{-r/3500\mathrm{pc}}(3500\mathrm{pc} + r)}{r}}$$

El gráfico tiene un peak alrededor de $r \approx 6$kpc, cercano a los 150km/s, y después de esto la velocidad empieza a bajar. Esto no es lo que se observa en la práctica.

3. Para tener esa velocidad $V*$ circular a $r \approx 30$kpc, podemos recuperar la masa que debería estar encerrada $M*$ con la misma fórmula de antes

$$\frac{GM^*}{r^2} = \frac{V^{*2}}{r}$$
$$\Rightarrow M^* = \frac{rV^{*2}}{G}$$
$$\Rightarrow = 3{,}4 \times 10^{11} M_\odot$$

Pero de acuerdo al perfil de luminosidad, la velocidad de rotación en este radio debería ser de alrededor de 96km/s. De aquí se recupera una masa de $M = 6{,}4 \times 10^{10}\mathrm{M}_\odot$. Así, se tendría que en dentro de este radio hay $2{,}76 \times 10^{11}\mathrm{M}_\odot$, o un 81 % de la masa total.