



# IN3701 - Modelamiento y Optimización

## Pauta Control 1

Profesores: Fernando Ordóñez, Andreas Wiese

Auxiliares: Cristián Lira, David Palacios, Diego Reyes, Jose Gonzalez, Macarena Osorio, Matias Muñoz, Pablo Pavez,  
Vicente Plaza

Ayudantes: Canela Meffert, Carolina Salgado, Daniel Monsalve, Daniela Fernández, Daniela Valdovinos,  
Mariana Quiroga, Maximiliano Martínez, Nicolás Acevedo

## 0. Tiempo

Por favor, escribe al final cuanto tiempo se demoró en total para hacer el control (excluyendo pausas). Para esto, tal vez le conviene de anotar ahora la hora cuando empieza. El tiempo oficial del control son 2 horas que corresponde al tiempo necesario en circunstancias normales (por ejemplo, una pieza tranquila). Puede ser que por su situación particular en su casa necesita mas tiempo. Le recomendamos de entregar el control después de  $2 + x$  horas, por un  $x$  que depende de su situación en particular, y *no* trabajar en el control durante toda la ventana de tiempo (24hrs).

## 1. Modelamiento

Imagínese que va comprar alimentos en un supermercado. Hay un conjunto  $A$  de alimentos, cada alimento  $a \in A$  tiene un precio de  $p_a$  CLP. Además, para cada alimento  $a \in A$  hay un valor  $r_a \geq 0$  que indica que tan rico es. Si  $r_a$  es mas grande, significa que es mas rico. Suponga que tiene  $P$  CLP disponibles. Quiere comprar alimentos con este presupuesto  $P$  que sean lo mas delicioso posible, es decir, quiere que la suma de los valores  $r_a$  para los alimentos escogidos sea lo mas grande posible.

1. Escriba un programa lineal o un programa lineal entero que modela el problema de seleccionar los alimentos que quiere comprar.
2. Ahora, adicionalmente, para cada alimento  $a \in A$  hay un peso  $q_a \geq 0$ . En su bolsa, puede transportar alimentos con un peso total de a lo más un valor  $Q > 0$  dado. Cambie su modelo de la parte anterior.
3. Asuma que hay un conjunto  $S$  de supermercados tal que para cada supermercado  $s \in S$  hay un conjunto de productos  $A_s$  que se puede comprar. Estos conjuntos  $\{A_s\}_{s \in S}$  reemplazan el conjunto (global)  $A$ . Asuma también que por razones de tiempo puede ir a lo más a tres supermercados para comprar. Cambie su modelo de la parte anterior.
4. Entre los supermercados  $S$ , hay un conjunto especial  $S' \subseteq S$  que vende bolsas mágicas a un precio  $\bar{p}$  CLP. Si va a uno de los supermercados en  $S'$ , puede comprar esta bolsa mágica por  $\bar{p}$  CLP y entonces puede llevar todos los alimentos comprados en la bolsa, sin el limite del peso  $Q$ . Es posible ir a uno de los supermercados en  $S'$  y sólo comprar la bolsa. Cambie su modelo de la parte anterior.

**Pauta Pregunta 1:**



## 2. Geometría

1. De un ejemplo de un poliedro  $P$  con al menos cinco restricciones que tenga al menos dos soluciones básicas factibles (SBF) y al menos una de ellas degenerada. Escriba el poliedro e identifique las SBF solicitadas. Indique las restricciones activas en esas SBF. *Pista: Tal vez le ayude de dibujar el poliedro.*

2. Considere el poliedro

$$P = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{array}{lll} -3x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -2 & x_2 + x_3 \leq 1 & x_3 \geq 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -2 & x_3 \leq 1 & \end{array} \right\}$$

Encuentre todas las SBF de  $P$  (son cuatro) y justifique porque son SBF. *Pista: considere los casos  $x_3 = 0$ ,  $x_3 \in (0, 1)$  y  $x_3 = 1$ .*

3. Dado el poliedro  $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid a_i^T x \leq b_i, i = 1 \dots m\}$  considere el siguiente poliedro

$$Q = \{(x, \theta) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid a_i^T x - \theta b_i \leq 0, i = 1 \dots m, \theta \geq 0\}$$

Sea  $\bar{x}$  punto extremo de  $P$ . Muestre que  $(\bar{x}, 1)$  no es punto extremo de  $Q$ .

### Pauta Pregunta 2:

