

Auxiliar 5

Aplicaciones y propiedades de algunas variables aleatorias discretas.

Profesor: Vicente Acuña

Auxiliares: Sebastián López, Bruno Hernández

P1. Anteriormente hemos visto que la suma de variables aleatorias independientes Bernoullies forman una variable Binomial.

Sean X e Y dos variables aleatorias independientes, donde X tiene distribución $Bernoullie(p)$, e Y tiene distribución $Bernoullie(q)$. Por lo dicho antes, si $p = q = r$, sabemos que $X + Y$ tiene distribución $Binomial(2, r)$. Suponga que $p \neq q$, determine $\mathbb{P}(X + Y = k)$, para $k = 0, 1, 2$ y concluya que $X + Y$ no tiene distribución Binomial.

P2. Modele los siguientes problemas con alguna variable aleatoria conocida y resuélvalos:

- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar 7 veces seguidas un dado, salgan 4 veces el cinco?
- Un ludópata llamado Sebastián apuesta en el siguiente juego de naipes. El juego consta de 10 rondas, en cada ronda le reparten 5 cartas, si en esas 5 cartas logra conseguir un trio de alguna pinta, entonces gana esa ronda.
Sebastián gana la partida si alcanza a ganar 6 o más rondas. ¿Cuál es la probabilidad de que gane la partida? (Considere un naipe inglés de 52 cartas).
- Un hombre dispara 8 tiros a un blanco. Asumimos que los tiros son independientes y cada uno acierta al objetivo con probabilidad 0,7.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que acierta al objetivo 4 veces?
 - Dado que acertó al objetivo dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que acierte al objetivo exáctamente 4 veces?
- Entras en un juego y yo soy el *dealer*. Ambos tiramos un dado, y tu ganas si el valor que obtienes es estrictamente mayor que el mío.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que ganes en el primer juego?
 - Si jugamos 5 veces, ¿cuál es la probabilidad de que ganes al menos 4?

Propuesto. Sea $X \sim Binomial(n, p)$, con $n \in \mathbb{N}$ y $p \in (0, 1)$.

- Calcule $\mathbb{E}(X)$ y $Var(X)$.
- La probabilidad de que un niño expuesto al COVID-19 se contagie es de 0,4. ¿Cuál es la probabilidad de que el décimo niño expuesto sea el cuarto contagiado? Considere los contagios como eventos independientes.
Esta distribución no es una Binomial, ¿por qué? Trate de condicionar esta probabilidad para resolverlo mediante una distribución Binomial y defina sus parámetros.