

## Auxiliar 4

Variables aleatorias Bernoulli y Binomial.

**Profesor: Vicente Acuña**

**Auxiliares: Sebastián López, Bruno Hernández**

1. Una *variable aleatoria* (v.a.)  $X$  se dirá que distribuye **Bernoulli** de parámetro  $p$  si es que su recorrido es  $\{0, 1\}$  y además cumple:

- $p_X(0) = p$
- $p_X(1) = 1 - p$

2. Una *variable aleatoria* (v.a.)  $X$  se di-

rá que distribuye **Binomial** de parámetros  $(n, p)$  si es que su recorrido es  $\{0 \dots n\}$  y además cumple:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

para todo  $k \in \{0 \dots n\}$

## 1 Problemas

**P1.** Demuestre que la v.a. Binomial está bien definida.

**P2.** Sea  $\{X_i\}_{i=1}^n$  una colección de  $n$  variables aleatorias Bernoulli de parámetro  $p$  independientes. Defina  $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ , demuestre que  $Y$  distribuye Binomial de parámetros  $(n, p)$ .

**P3.** Lanzamos una moneda hasta que aparezca por segunda vez cara, siendo  $p$  la probabilidad de que salga cara. Asuma que los lanzamientos son independientes y definimos  $X$  como la cantidad de veces que lanzamos la moneda:

- Calcule  $\mathbb{P}(X = 2)$ ,  $\mathbb{P}(X = 3)$  y  $\mathbb{P}(X = 4)$
- Demuestre que  $\mathbb{P}(X = n) = (n-1)p^2(1-p)^{n-2}$

**P4.** Una tienda recibe un cargamento de 1000 lámparas baratas. La probabilidad de que una lámpara venga defectuosa es de 0.1 %. Sea  $X$  la cantidad de lámparas defectuosas en el cargamento:

- ¿Qué distribución tiene  $X$ ? Especifique sus parámetros.
- ¿Cuál es la probabilidad de no tener lámparas defectuosas? ¿De tener una lámpara defectuosa? ¿De tener más de dos?