**MA3403-2. Probabilidades y estadística**
**Profesor:** Raúl Gouet.
**Auxiliares:** Vicente Salinas y Javier Castro.
**Fecha:** 23 de Julio del 2020

# Auxiliar 12

**P1** Sea $(X, Y)$ un vector aleatorio de densidad dada por $f_{X,Y}(x, y) = Ke^{-2|x|-2|y|}, x, y \in \mathbb{R}$.

a) Determine $K$ para $f_{X,Y}$ sea densidad.

b) Determine las marginales $f_X$, $f_Y$ y averigüe si $X, Y$ son va independientes.

c) Calcule $E[XY]$ y $cov(X, Y)$.

d) Calcule la densidad $f_Z$ de $Z = \text{mín}\{|X|, |Y|\}$.

**P2** Sea $(X, Y)$ un punto escogido al azar en la región (no acotada) del plano, dada por:
$R = \{(x, y) \in \mathbb{R} : 0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq e^{-x}\}$.
Es decir, $(X, Y)$ tiene densidad constante $f_{X,Y}(x, y) = C$, para $(x, y) \in R$ y $f_{X,Y}(x, y) = 0$, para $(x, y) not \in R$.

a) Calcule $C$ y obtenga las densidades marginales de $X$, $Y$ y averigüe si son independientes.

b) Determine las densidades y esperanzas condicionales $f_{X|Y}(x|y)$, $f_{Y|X}(y|x)$, $E(X|Y = y)$,$E(Y|X = x)$.

c) Calcule $P(X + Y \leq 1)$ y $E(XY)$.

**P3** Al término de un seminario sobre cambio climático y desastres naturales, en el que participan $2n$ personas, se reparten al azar $n$ tazas de café y $n$ de te. Se sabe que entre las $2n$ personas hay $0 < t < n$ que prefieren te y $0 < k < n$ que prefieren café. El resto toma indiferentemente te o café.

a) Defina un espacio muestral $\Omega$ equiprobable para el experimento descrito.

b) En el espacio $\Omega$ del apartado anterior, identifique el suceso $A$ definido como “cada persona recibe una taza de acuerdo a su gusto” y calcule $P(A)$.