MA3403-2. Probabilidades y estadística
Profesor: Raúl Gouet.
Auxiliares: Vicente Salinas y Javier Castro.
Fecha: 08 de Mayo del 2020

Auxiliar 6

P1 La cuarta parte de una población se vacuna para prevenir una enfermedad contagiosa. Durante la epidemia observamos que hay, entre los enfermos, un vacunado por cada cuatro no vacunados. Además, observamos que, entre los vacunados, uno de doce está enfermo. ¿Cuál es la probabilidad de contagiarse para un individuo no vacunado?

P2 Una mujer embarazada decide hacerse una ecografía para conocer el sexo de su futuro hijo. Se sabe que la probabilidad de que la ecografía diga que es hombre cuando en realidad es hombre es de un 99 % y la probabilidad de que diga que es mujer cuando en realidad es mujer es de un 90 %. Suponga que, en general, la probabilidad de que sea hombre es 50 % y la probabilidad de que sea mujer también.

a) Si la ecografía predice que será mujer ¿Cuál es la probabilidad de que efectivamente lo sea?

b) Calcule la probabilidad de que la ecografía se equivoque al predecir el sexo.

P3 Una caja contiene n fósforos buenos y m fósforos malos. Un fósforo malo nunca enciende, mientras que un fósforo bueno enciende con probabilidad $p > 0$ cuando se intenta encenderlo una vez, y cada intento es independiente del resto. Usted escoge un fósforo al azar, y luego de k intentos aún no enciende.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el fósforo esté malo?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el fósforo encienda en el intento k +1?

P4 Cierta enfermedad se transmite en forma genética del siguiente modo:
Si sólo el padre presenta la enfermedad, el hijo tendría probabilidad a de presentarla.
Si sólo la madre presenta la enfermedad, el hijo tendría probabilidad b de presentarla.
Si ambos padres la presentan, el hijo la presentará con probabilidad 1.
Además, cada uno de los padres tiene probabilidad p de presentar la enfermedad, en forma independiente entre ellos.

a) Si una persona esta enferma. ¿Cual es la probabilidad de que la enfermedad le haya sido transmitida sólo por la madre?

b) Si hay dos hermanos, y uno de ellos esta enfermo. ¿Cuál es la probabilidad de que el otro hermano también este enfermo?

Resumen

Definición: Sean A,B eventos tales que $\mathbb{P}(B) > 0$. La probabilidad de A condicionado por B se define por:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{P(B)}$$

Propiedades: A continuación, las más relevantes:
1. Fórmula de Bayes: Dados A,B eventos, se tiene que:

$$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)}$$

2. Probabilidades Totales: Sea Ω un espacio muestral y $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ partición de Ω, entonces:

$$P(A) = \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(A|A_n)\mathbb{P}(A_n) = \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(A \cap A_n)$$

3. Multiplicación de Probabilidades: Si A_1,A_2, $\cdots$, A_n son eventos, entonces:

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cdots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \prod_{i=2}^{n} \mathbb{P}(A_i|A_1 \cap \cdots \cap A_{i1}) = \mathbb{P}(A_n) \prod_{i=1}^{n-1} \mathbb{P}(A_i|A_{i+1} \cap \cdots \cap A_n)$$

Definición: Diremos que dos eventos A y B son independientes si $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$.

[Propuesto]

Prop 1 El MyM Azul fue introducido por primera vez en 1995. Antes los colores de la bolsa estaban repartidos asi: 30 % Café, 20 % Amarillo, 20 % Rojo, 10 % Verde y 20 % Anaranjado. Con el ingreso del Azul quedaron de la siguiente manera: 24 % Azul, 20 % Verde, 16 % Anaranjado, 14 % Amarillo, 13 % Rojo y 13 % Café. Un amigo trae 2 bolsas de MyM, una de ellas es del 1994 y otra del 1996, sin poder distinguirlas, pero te regala un MyM de cada bolsa. Si los MyM son de color Verde y Amarillo. ¿Cuál es la probabilidad de que el MyM amarillo sea de la bolsa del 1994?

Prop 2 Suponga que un borrachito da un paso a la derecha con probabilidad p y un paso a la izquierda con probabilidad $1 - p$. Para modelar la trayectoria que sigue el borrachito supondremos que se posiciona sobre un núumero entero, comenzando en el origen. Encuentre la probabilidad de que caiga en la posición $k \in \mathbb{Z}$ luego de n saltos.

Prop 3 Considere que en el circuito de la figura las componentes 1, 2 y 3 tienen una probabilidad p de funcionar, y $1-p$ de fallar, y lo hacen de forma independientes.

a) Calcule la probabilidad de que no exista flujo de A a B.

b) Calcule la probabilidad de que 1 esté bueno, sabiendo que hay flujo.