MA2601-5 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesor: Roberto Morales
Auxiliares: Rolando Rogers - Rodrigo Maulen
Fecha: 4 de Mayo de 2020.

Auxiliar 5

Resumen

Dependencia e Independencia lineal para dos funciones

Dos funciones y_1, y_2 se dicen linealmente independientes si

$$c_1y_1 + c_2y_2 = 0 \implies c_1 = 0, c_2 = 0$$

Por otro lado, dos funciones y_1, y_2 se dicen linealmente dependientes si

$$\exists c_1, c_2 \text{ no todos nulos tal que } c_1y_1 + c_2y_2 = 0$$

Wronskiano para n=2

Se define el Wronskiano en dimensión 2 como

$$W(x) = W(y_1(x), y_2(x)) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix} = |y_1(x)y_2'(x) - y_1'(x)y_2(x)|$$

Notación diferencial

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \ldots + a_1y^{(1)} + a_0y = 0 \iff (D^n + a_{n-1}D^{n-1} + \ldots + a_1D + a_0)y = 0$$

Haciendo el cambio de variable $y = e^{\lambda x}$ entonces

$$(D^n + a_{n-1}D^{n-1} + \ldots + a_1D + a_0)e^{\lambda x} = (\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + a_1\lambda + a_0)e^{\lambda x}$$

Entonces resolver la EDO lineal de orden n es equivalente a resolver el polinomio de grado n

---

Preguntas

P1 Sea I un intervalo.

$$\mathcal{H} = \{y \in \mathcal{C}^2(I) | y'' + a(x)y' + b(x)y = 0\}$$

Sea $y_1, y_2 \in \mathcal{H}$

- Pruebe que el Wronskiano asociado cumple $W(x) = Cexp(\int -a(x)dx)$
- Sea $x_0 \in I$. Pruebe que si $W(x_0) \neq 0 \implies W(x) \neq 0 \quad \forall x \in I$
- Note que las funciones $f = x^3$ y $g = |x^3|$ tienen $W(f, g) = 0$ pero no son linealmente dependientes.
- Si $\exists x_0 \in I \quad W(x_0) = 0 \iff y_1, y_2$ son linealmente dependientes.

P2 Resuelva las siguientes EDO's

- $y'' - 5y' + 6y = 0$
- $y'' - 10y' + 25y = 0$
- $y'' + y = 0$
- $y''' - y'' + y' - y = 0$