Auxiliar 10

Ecuaciones en derivadas parciales (EDP)

15 de junio de 2020

Profesor: Michał Kowalczyk
Auxiliares: Camilo Gómez, Javiera Palominos, Camilo Ramírez

P1 Resuelva la ecuación de calor:

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx} & x \in (0,2),\ t > 0 \\ u(0,t) = 0\ u(2,t) = 0 & t > 0 \\ u(x,0) = \sin(55\pi x) & x \in [0,2] \end{cases}$$

P2 Considerando u como la función que describe la evolución temporal de una distribución de temperaturas, es decir la ecuación 1 (versión unidimensional), llamada ECUACIÓN DE CALOR.

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0,\ \forall (x,t) \in (0,1) \times (0,\infty) \tag{1}$$

Considerando las siguientes condiciones de borde:

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \forall t \geq 0$$
$$u(x,0) = x(1-x), \forall x \in [0,1]$$

Considerando $\alpha = 2$ (constante llamada difusividad térmica).

P3 **(Ecuación del calor con condiciones de borde Dirichlet no Homogénea)**
Considere la ecuación de calor

$$\begin{cases} u_t = k\, u_{xx} & x \in (0,l),\ t > 0 \\ u(0,t) = a,\ u(l,t) = b & t > 0 \\ u(x,0) = f(x) & x \in [0,l] \end{cases} \tag{2}$$

(a) Muestre que la solución de equilibrio es $u_{eq}(x) = a + \dfrac{b-a}{L}x$.

(b) Usando lo anterior, encuentre la solución general de (2).