Auxiliar 5.2

04 de mayo de 2020

Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliares: Camilo Gomez, Javiera Palominos, Camilo Ramírez

Las preguntas 1 y 2 de esta tarea le permiten verificar el Teorema de Green usted mismo al desarrollar ambas partes de la igualdad de este con un ejemplo, en particular verificará que:

$$\int_{\partial\mathcal{D}^+} P(x,y)\,\mathrm{d}x + Q(x,y)\,\mathrm{d}y = \iint_{\mathcal{D}} \left(\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x,y)}{\partial y}\right)\mathrm{d}A$$

Donde $\mathcal{D}$ corresponde a una región de $\mathbb{R}^2$, $\partial\mathcal{D}^+$ la curva frontera de la misma en orientación positiva y con P y Q funciones con derivadas parciales continuas en el interior de $\mathcal{D}$.

P1 Considerando $\mathcal{S}$ como la región que delimita el triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,1)$ y $(0,1)$ y las funciones $P(x,y) = xy$ y $Q(x,y) = x^2 + y^2$, calcule la integral:

$$\iint_{\mathcal{S}} \left(\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x,y)}{\partial y}\right)\mathrm{d}A$$

P2 Considerando la misma región $\mathcal{D}$ y funciones P y Q que en la **P1** calcule:

$$\int_{\partial\mathcal{S}^+} P(x,y)\,\mathrm{d}x + Q(x,y)\,\mathrm{d}y$$

Posteriormente concluya en conjunto con su resultado de la **P1** en relación al Teorema de Green.

P3 Considere el campo vectorial

$$\vec{F}(x,y) = \begin{pmatrix} 1 + xy^2 \\ x^2 y \end{pmatrix}$$

Sea Γ la curva $\{(t,t^2) : t \in [-1,1]\}$ recorrida de izquierda a derecha, es decir, el arco de parábola $y = x^2$ que une los puntos $(-1,1)$ y $(1,1)$. Usando el Teorema de Green, calcule $\displaystyle\int_\Gamma \vec{F}\cdot\,\mathrm{d}\vec{r}$.