Auxiliar 5

Teorema de Green

04 de mayo de 2020

Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliares: Camilo Gomez, Javiera Palominos, Camilo Ramírez

Las preguntas 1 y 2 de este auxiliar le permiten verificar el Teorema de Green usted mismo al desarrollar ambas partes de la igualdad de este con un ejemplo, en particular verificará que:

$$\int_{\partial\mathcal{D}^+} P(x,y)\,\mathrm{d}x + Q(x,y)\,\mathrm{d}y = \iint_{\mathcal{D}} \left(\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x,y)}{\partial y}\right) \mathrm{d}A$$

Donde $\mathcal{D}$ corresponde a una región de $\mathbb{R}^2$, $\partial\mathcal{D}^+$ la curva frontera de la misma en orientación positiva y con P y Q funciones con derivadas parciales continuas en el interior de $\mathcal{D}$.

P1 Considerando $\mathcal{D}$ como la región que delimita el triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,-1)$ y $(0,3)$ y las funciones $P(x,y) = 2e^x e^y + x$ y $Q(x,y) = x^2 - 2ye^{-x}$, calcule la integral:

$$\iint_{\mathcal{D}} \left(\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x,y)}{\partial y}\right) \mathrm{d}A$$

P2 Considerando la misma región $\mathcal{D}$ y funciones P y Q que en la **P1** calcule:

$$\int_{\partial\mathcal{D}^+} P(x,y)\,\mathrm{d}x + Q(x,y)\,\mathrm{d}y$$

P3 Considere el campo vectorial

$$\vec{F}(x,y) = \begin{pmatrix} (x^2-y^2)\,e^x\cos(y) - 2xye^x\,\mathrm{sen}(y) \\ (y^2-x^2)\,e^x\,\mathrm{sen}(y) - 2xye^x\cos(y) \end{pmatrix}$$

Calcule $\displaystyle\int_\Gamma \vec{F}\cdot d\vec{r}$ donde Γ es la curva $\{(\cos(\theta),\mathrm{sen}(\theta)) : \theta \in [0,\pi]\}$ recorrida en sentido antihorario.