

Aux 9

Preparación control 2

Profesor: Jaime Ortega

Auxiliares: Ignacio Fierro, Ignacio Riego

Ayudantes: Amal Zhgeib, Gustavo Muñoz, Vicente Salinas

P1

1. Demuestre que $\sin(zi) = i \sinh(z)$
2. Calcule $\oint_{|z|=1} \operatorname{Im}(z) dz$
3. Calcule $\int_{[0, z_0]} \operatorname{Re}(z) dz$

P2

Pruebe que

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \operatorname{Im}(e^{-2ix} p(x+i)) dx = 0$$

Para cualquier polinomio p a coeficientes reales.

Indicación: Considere $f(z) = \exp(-z^2)p(z)$

P3

Demuestre que para todo par de enteros $n > k \geq 1$,

$$\binom{n}{k} = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{(z+1)^n}{z^{k+1}} dz,$$

Dónde Γ es un camino cerrado cualquiera que encierra al origen recorrido en sentido antihorario. Luego utilice esto para demostrar que:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{2n}{n} \frac{1}{5^n} = \sqrt{5}$$