

Auxiliar 7

Reintroducción a los complejos

Profesor: Jaime Ortega

Auxiliares: Ignacio Fierro, Ignacio Riego

Ayudantes: Amal Zhgeib, Gustavo Muñoz, Vicente Salinas

P1

a) Sean $z_1, \dots, z_n$ raíces n -ésimas de la unidad. Pruebe que

$$z_0 \cdot z_1 + z_1 \cdot z_2 + \dots + z_n \cdot z_0 = 0$$

b) Sea $w \in \mathbb{C}$ raíz cúbica de la unidad distinta de 1. Pruebe que

$$(1 + w)^{2016} + (1 + w^2)^{405} + (1 + w^3)^5 = 32$$

Indicación: Pruebe que la suma de las raíces cúbicas de la unidad es 0.

P2

Pruebe que si $f(z)$ y $\bar{f}$ son funciones holomorfas en $\mathbb{C}$, entonces f es constante.

P3

Definimos la función $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ como

$$f(z) = |z - a|$$

Con $a \in \mathbb{R}$ estudie dónde en $\mathbb{C}$ f es derivable en el sentido complejo.

P4

Recordamos que un número complejo $z = x + yi$ puede verse como un punto en el plano (x, y) .

- a) Sea $z \in \mathbb{C}$ encuentre una transformación lineal $A_z : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que multiplicar por z sea equivalente a aplicar A_z , en otras palabras

$$\forall w \in \mathbb{C}, w = x + yi, \quad A_z(x, y) = (l, k) \Leftrightarrow zw = l + ki$$

- b) Sea una función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Encuentre una condición sobre el jacobiano de f para que $J_f(x, y) = A_z$ para algún $z \in \mathbb{C}$.
- c) Comente la relación entre esto y las condiciones de Cauchy-Riemman