MA1101-6 Introducción al Álgebra
Profesora: Paulina Cecchi B.
Auxiliar: Patricio Yáñez Alarcón

Ejercicio TPA #4

Junio de 2019

P1. ***¿Se cancela?***
Sea $A \neq \emptyset$ y $*$ una ley de composición interna asociativa en A. Demuestre que el conjunto de los elementos cancelables de A es cerrado, es decir, si a, b son cancelables en A, entonces $a * b$ es cancelable en A.

P2. ***Engrupiendo***
Considere la siguiente operación en $\mathbb{R}^3$:

$$(x, y, z)\Delta(x', y', z') = (x + x', y + y', z + z' + x \cdot y')$$

a) Probar que $(\mathbb{R}^3, \Delta)$ es grupo.

b) Probar que:

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \forall (a, b, c,) \in \mathbb{R}^3, (x, y, z)\Delta(a, b, c) = (a, b, c)\Delta(x, y, z)\} = \{(0, 0, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$$

¿Es $(\mathbb{R}^3, \Delta)$ abeliano?.

c) Considere $G = \{(0, y, z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$, muestre que Δ es l.c.i. en G. De ahora en adelante asumiremos que (G, Δ) es grupo (es demostrable, pero no se pide hacerlo). Pruebe que es abeliano.

d) Probar que (G, Δ) es isomorfo a $(\mathbb{R}^2, +)$, donde la suma en el plano real $\mathbb{R}^2$ es coordenada a coordenada.

P3. ***Más problemitas***

P4. ***Anillos***
Sea $(K, +, \cdot)$ un cuerpo y $(A, \oplus, \odot)$ un anillo. Sea $f : K \to A$ morfismo entre $(K, +, \cdot)$ y $(A, \oplus, \odot)$ con $1_A \neq 0_A$. Demuestre que:

a)
- $f(0_K) = 0_A$
- $\forall x \in K,\ f(-x) = -f(x)$
- $(f(K), \oplus)$ es un subgrupo de $(A, \oplus)$

b) $f(x) = 0_A \Leftrightarrow x = 0_K$

c) f inyectiva.

Tiempo: $|1hora|$

Suerte!