Pauta TPA 1

P1) $f: \mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U) \longrightarrow \mathcal{P}(U)$

def por: $f(X,Y) = X \setminus Y$

¿Inyectiva? La intuición es que no! pues al restar conjuntos, se PIERDE "información", y la gracia de la inyectividad es que "no pierde información".

Bajo esto, pensemos en $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2) \in \underbrace{\mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U)}_{\text{Dominio de } f}$

tales que $(X_1, Y_1) \neq (X_2, Y_2)$ pero $f(X_1, Y_1) = f(X_2, Y_2)$.

Si queremos eso, queremos que:

$$X_1 \setminus Y_1 = X_2 \setminus Y_2$$

Consideremos Y_1, Y_2 tales que el resultado sea el mismo sin importar X_1 y X_2. Como por ejemplo: $Y_1 = Y_2 = U$

Claramente $\quad X_1 \setminus U = \emptyset \;\wedge\; X_2 \setminus U = \emptyset$

Luego $\quad X_1 \setminus Y_1 = X_2 \setminus Y_2$

pero no necesariamente $(X_1, Y_1) = (X_2, Y_2)$, si bien $Y_1 = Y_2 = U$, X_1 puede ser distinto de X_2, por ejemplo: $X_1 = U$ y $X_2 = \emptyset$.

Así: $\quad f(\emptyset, U) = f(U, U)$, pero $(U, U) \neq (\emptyset, U)$

$\therefore$ f no es inyectiva

¿Sobreyectiva? Debemos ver si $Z = f(X,Y)$ tiene solución:

Sea $Z \in \mathcal{P}(U)$. Si:

$$Z = f(X,Y) \iff Z = X \setminus Y$$

$$\iff Z = X \cap Y^c$$

Luego, si tomamos $X = Z$ y $Y = \phi$, tenemos que:

$$X \cap Y^c = Z \cap \phi^c = Z \cap U = Z$$

$\therefore$ $Z = f(X,Y)$ tiene solución! pues $Z = f(Z,\phi)$

Parte TPA 1

P2) Debemos ver que no siempre ocurre que:

$$P(A) \setminus P(B) \subseteq P(A \setminus B).$$

Consideremos un caso simple:

$A = \{1, 2\}$

$B = \{2\}$

Nota que $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

$P(B) = \{\emptyset, \{2\}\}$

luego $P(A) \setminus P(B) = \{\{1\}, \{1,2\}\}$

Por otro lado:

$$\begin{aligned} P(A \setminus B) &= P(\{1,2\} \setminus \{2\}) \\ &= P(\{1\}) \\ &= \{\emptyset, \{1\}\} \end{aligned}$$

luego, es evidente que:

$$\{\{1\}, \{1,2\}\} \not\subseteq \{\emptyset, \{1\}\}$$

!

pues $\{1,2\}$ esta en $P(A) \setminus P(B)$ pero no esta en $P(A \setminus B)$

$\therefore$ no siempre es cierto que $P(A) \setminus P(B) \subseteq P(A \setminus B)$

Un caso de cuando es cierto es cuando $A=B$, pues así:

$$P(A)\setminus P(B) = P(A)\setminus P(A) = \underbrace{\phi \subseteq P(A\setminus A)} = P(A\setminus B)$$

esto pues ϕ es subconjunto de todos los conjuntos!!