

**PROGRAMA DE CURSO  
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

**A. Antecedentes generales del curso:**

|                            |  |   |            |          |                    |
|----------------------------|--|---|------------|----------|--------------------|
| Departamento               | Matemática   |   |            |          |                    |
| Nombre del curso           | Cálculo Diferencial e Integral   |   |            |          |                    |
| Nombre del curso en inglés | <i>Single variable calculus</i>  |   |            |          |                    |
| Código                     | MA1002   |   | Créditos   | 6        |                    |
| Horas semanales            | Docencia   | 3 | Auxiliares | 2        | Trabajo personal 5 |
| Carácter del curso         | Obligatorio  | X |            | Electivo | -----              |
| Requisitos                 | MA1001 Introducción al Cálculo<br><br>Requisitos específicos:<br><br>Números reales, funciones, geometría analítica. Trigonometría, límites de sucesiones y de funciones, (derivadas opcional) |   |            |          |                    |

**B. Propósito del curso:**

El propósito de este curso es proporcionar los conocimientos fundamentales del cálculo en una variable real. Se espera que el estudiante asimile los conceptos de derivada y de integral, así como la relación entre ambos conceptos dado por el Teorema Fundamental del Cálculo.

Gran parte del curso se enfoca en el uso de las derivadas para estudiar el comportamiento de las funciones reales en una variable real; y en la aplicación de las integrales para el cálculo de áreas, volúmenes de revolución y centros de masa de curvas, entre otros, que son elementales para el planteamiento y resolución de problemas en ingeniería. El curso concluye con el tratamiento de integrales impropias, series infinitas, series de potencia y un estudio inicial de curvas en el espacio. Se espera que el estudiante actúe en las actividades que se le proponen de manera responsable y honesta, evitando por ejemplo el plagio, copia de sus pares u otras fuentes, así como cualquier comportamiento que vaya en contra de sus pares, equipo docente o código de ética y reglamentos de la Escuela de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE) y genéricas (CG) del Plan de Formación Intermedia (Plan Común):

CE3: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, logrando identificar hipótesis, conclusiones, tautologías e inconsistencias, para comprender y desarrollar argumentaciones lógicas.

CE4: Desarrollar la abstracción matemática, es decir, reconocer, separar, jerarquizar y analizar información relevante para utilizarla en la resolución matemática de problemas y plantear problemas de diferentes áreas en situaciones simples.

CG1: Comunicación Académica y Profesional. Leer de forma comprensiva y analítica diferentes tipos de textos pertinentes para su formación en el nivel. Asimismo, expresar de manera eficaz, clara, precisa e informada sus ideas basadas en evidencia, opiniones e indagaciones, en situaciones formales, tanto en modalidad oral como escrita.

**C. Resultados de aprendizaje:**

| Competencias específicas | Resultados de aprendizaje  |
|--------------------------|--|
| CE3 - CE4                | <b>RA1:</b> Realiza demostraciones formales sobre la continuidad de funciones reales de variable real, logrando manejar sus propiedades y principales teoremas.                        |
| CE3 - CE4                | <b>RA2:</b> Realiza demostraciones formales sobre la diferenciabilidad de funciones reales de variable real, a fin de manejar sus propiedades y principales teoremas.                  |
| CE3 - CE4                | <b>RA3:</b> Aplica las reglas de cálculo para encontrar la derivada de una función, logrando utilizarla para analizar el comportamiento de la función original.                        |
| CE3 - CE4                | <b>RA4:</b> Aplica las reglas de cálculo para determinar primitivas y la integral definida de funciones, a fin de comprender dichos conceptos, sus propiedades y principales teoremas. |
| CE3 - CE4                | <b>RA5:</b> Aplica el concepto de integral al cálculo de áreas, volúmenes de revolución y centros de masa de curvas, entre otras aplicaciones en el marco de la ingeniería y ciencias. |
| CE3 - CE4                | <b>RA6:</b> Aplica el concepto de series de potencias para el cálculo de derivadas e integrales definidas de funciones no elementales.   |
| CE3 - CE4                | <b>RA7:</b> Aplica los conceptos de longitud de curva, curvatura y torsión de curvas planas y en el espacio para aplicaciones en ingeniería y ciencias.                                |
| Competencias genéricas   | Resultados de aprendizaje  |
| CG1                      | <b>RA8:</b> Comprende el lenguaje matemático, logrando leer analíticamente textos de matemáticas para la ingeniería.   |

**D. Unidades temáticas:**

| Número   | RA al que tributa | Nombre de la unidad  | Duración en semanas |
|--|-------------------|--|---------------------|
| 1  | RA1, RA8          | Continuidad de funciones   | 2 semanas           |
| Contenidos   |                   | Indicador de logro   |                     |
| 1.1. Subsucesiones y convergencia.<br>1.2. Continuidad en un punto. Dominio de continuidad. Tipos y reparación de discontinuidades.<br>1.3. Álgebra de funciones continuas.<br>1.4. Continuidad de funciones elementales.<br>1.5. Teorema de los valores intermedios y aplicación a la resolución de ecuaciones (método de la bisección).<br>1.6. Máximos y mínimos: Teorema de Weierstrass y aplicaciones.<br>1.7. Consecuencias sobre la continuidad de funciones continuas invertibles.<br>1.8. Continuidad uniforme. |                   | El estudiante:<br>1. Identifica funciones continuas.<br>2. Argumenta matemáticamente sobre la continuidad de una función.<br>3. Aplica el Teorema del Valor Intermedio a la resolución de ecuaciones.<br>4. Aplica el Teorema de Weierstrass para determinar existencia de máximos y mínimos de funciones. |                     |
| Bibliografía de la unidad  |                   | [1] Semanas 1 y 2.<br>[2] Semanas 9 y 10<br>[3] Capítulos 4<br>[4] Capítulos 6 al 8<br>[5] Capítulo 1<br>[6] Capítulo 1<br>[7] Capítulo 2  |                     |

| Número   | RA al que tributa | Nombre de la unidad   | Duración en semanas |
|--|-------------------|---|---------------------|
| 2  | RA2, RA3, RA8     | Derivadas de funciones  | 2 semanas           |
| Contenidos   |                   | Indicador de logro  |                     |
| <p>2.1. Derivada en un punto y aproximación lineal. Dominio de diferenciabilidad. Ejemplos de funciones no diferenciables.</p> <p>2.2. Álgebra de derivadas. Regla de la cadena y derivada de funciones inversas.</p> <p>2.3. Regla de Fermat para encontrar máximos y mínimos locales. Aplicaciones.</p> <p>2.4. Teoremas del Valor Medio (Rolle, Lagrange y Cauchy) y aplicaciones: regla de l'Hôpital, derivadas y monotonía, derivadas y convexidad.</p> <p>2.5. Derivadas de orden superior. Desarrollos limitados y Teorema de Taylor con resto de Lagrange. Caracterización de puntos críticos.</p> <p>2.6. Método de Newton para resolución de ecuaciones.</p> |                   | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Argumenta matemáticamente sobre la diferenciabilidad de una función.</li> <li>2. Aplica la regla de Fermat para determinar máximos y mínimos de una función diferenciable.</li> <li>3. Aplica los teoremas del valor medio y sus consecuencias al estudio de propiedades de funciones, tales como crecimiento, convexidad, máximos y mínimos, puntos críticos.</li> <li>4. Aplica el Teorema de Taylor para obtener desarrollos limitados y cuantifica los errores de aproximación.</li> <li>5. Aplica el método de Newton para resolver ecuaciones.</li> </ol> |                     |
| Bibliografía de la unidad  |                   | <p>[1] Semanas 3 y 4</p> <p>[2] Semana 14</p> <p>[3] Capítulos 5 y 6</p> <p>[4] Capítulos 9 al 12</p> <p>[5] Capítulos 2, 3 y 8</p> <p>[6] Capítulos 2 y 3</p> <p>[7] Capítulos 3 al 5</p>  |                     |

| Número  | RA al que tributa | Nombre de la unidad  | Duración en Semanas |
|---|-------------------|--|---------------------|
| 3   | RA4               | Cálculo de primitivas  | 2 semanas           |
| Contenidos  |                   | Indicador de logro   |                     |
| <p>3.1. Definición de primitiva. Unicidad salvo constante. Primitivas elementales.</p> <p>3.2. Integración por cambio de variables. Ejemplos.</p> <p>3.3. Fórmula de integración por partes. Ejemplos de cálculo de primitivas de funciones inversas y fórmulas de recurrencia.</p> <p>3.4. Integración de funciones racionales por descomposición en fracciones parciales.</p> <p>3.5. Integración de funciones reductibles a racionales mediante cambios de variables particulares.</p> |                   | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce primitivas de funciones usuales.</li> <li>2. Calcula primitivas usando reglas del cálculo.</li> </ol> |                     |
| Bibliografía de la unidad   |                   | <p>[1] Semanas 5 y 6</p> <p>[3] Capítulo 14</p> <p>[4] Capítulo 18</p> <p>[5] Capítulo 7</p> <p>[6] Capítulo 7</p> <p>[7] Capítulo 10</p>                                      |                     |

| Número  | RA al que tributa | Nombre de la unidad   | Duración en semanas |
|---|-------------------|---|---------------------|
| 4   | RA4, RA8          | Integral de Riemann   | 2 semanas           |
| Contenidos  |                   | Indicador de logro  |                     |
| <p>4.1. Noción intuitiva de área bajo la curva y motivación de la integral de Riemann. Particiones y sumas de Riemann. Definición de integral de Riemann.</p> <p>4.2. Integrabilidad de funciones monótonas y de funciones continuas. Extensión a funciones continuas por trozos.</p> <p>4.3. Propiedades básicas de la integral: integrabilidad en subintervalos, descomposición de la integral en subintervalos, linealidad de la integral, monotonía de la integral, acotamiento de integrales</p> <p>4.4. Teorema Fundamental del Cálculo.</p> <p>4.5. Teorema del Valor Medio para integrales. Teorema de Taylor con resto integral.</p> |                   | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el concepto de integral de Riemann y sus principales propiedades.</li> <li>2. Reconoce clases de funciones integrables.</li> <li>3. Comprende el Teorema Fundamental del Cálculo, logrando identificar la relación entre integrales y primitivas.</li> <li>4. Utiliza primitivas para el cálculo efectivo de integrales.</li> </ol> |                     |
| Bibliografía de la unidad   |                   | <p>[1] Semana 7 y 8</p> <p>[3] Capítulo 7</p> <p>[4] Capítulos 13 y 14</p> <p>[5] Capítulo 4</p> <p>[6] Capítulo 4</p> <p>[7] Capítulo 11</p>   |                     |

| Número   | RA al que tributa | Nombre de la unidad  | Duración en semanas |
|--|-------------------|--|---------------------|
| 5  | RA5               | Aplicaciones de la integral  | 2 semanas           |
| Contenidos   |                   | Indicador de logro   |                     |
| 5.1. Cálculo del área entre dos curvas.<br>5.2. Volúmenes de sólidos: método de la sección.<br>5.3. Volúmenes de sólidos de revolución: método de la cáscara y método del disco.<br>5.4. Longitud de curvas planas.<br>5.5. Superficie de un manto de revolución.<br>5.6. Centro de masa de una superficie plana. Cálculo de áreas en coordenadas polares. |                   | El estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce las fórmulas integrales para el cálculo de longitudes, superficies, volúmenes, masas y centros de masa.</li> <li>2. Calcula longitudes, superficie, volúmenes, masas y centros de masa.</li> <li>3. Resuelve problemas simples de ingeniería y ciencias, que consistan en calcular contenidos de figuras geométricas y su maximización.</li> </ol> |                     |
| Bibliografía de la unidad  |                   | [1] Semanas 9 y 10<br>[3] Capítulo 15<br>[5] Capítulo 4 y 6<br>[6] Capítulo 5<br>[7] Capítulo 12   |                     |

| Número  | RA al que tributa | Nombre de la unidad  | Duración en semanas |
|---|-------------------|--|---------------------|
| 6   | RA6, RA8          | Integrales impropias y series  | 3 semanas           |
| Contenidos  |                   | Indicador de logro   |                     |
| <p>6.1. Integrales impropias de primera, segunda y tercera especie. Criterios de convergencia: criterio de comparación, criterio del cociente.</p> <p>6.2. Series reales de términos no-negativos. Criterios de convergencia: acotamiento, criterio de comparación, criterio del cociente, criterio de la raíz, criterio integral.</p> <p>6.3. Series reales generales. Criterios de convergencia: criterio de Cauchy, convergencia absoluta y condicional, criterio de Leibniz. Estabilidad de series bajo reordenamiento.</p> <p>6.4. Series de potencias. Radio de convergencia.</p> <p>6.5. Derivación e integración término a término.</p> |                   | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aplica criterios de convergencia para integrales impropias.</li> <li>2. Aplica criterios de convergencia para series reales.</li> <li>3. Encuentra la derivada e integral definida de funciones definidas por series de potencia.</li> <li>4. Usa series de potencias para encontrar funciones (o sus series) a partir de condiciones satisfechas por sus derivadas y/o integrales.</li> </ol> |                     |
| Bibliografía de la unidad   |                   | <p>[1] Semanas 13, 14 y 15<br/>           [3] Capítulos 15 y 16<br/>           [4] Capítulos 19, 22 y 23<br/>           [5] Capítulo 8<br/>           [6] Capítulo 8<br/>           [7] Capítulo 16</p>  |                     |

| Número  | RA al que tributa | Nombre de la unidad   | Duración en semanas |
|---|-------------------|---|---------------------|
| 7   | RA7, RA8          | Curvas en el espacio  | 2 semanas           |
| Contenidos  |                   | Indicador de logro  |                     |
| <p>7.1. Curvas en el espacio y parametrizaciones. Longitud de arco y parametrización natural de una curva.</p> <p>7.2. Ejemplos de curvas: cicloides y hélices.</p> <p>7.3. Vector tangente, normal y binormal. Velocidad y aceleración tangencial y normal. Curvatura y torsión de una curva. Fórmulas de Frénet. Casos particulares: curvas planas, curvatura constante, torsión constante, entre otros.</p> <p>7.4. Integral de línea sobre una curva. Aplicaciones al cálculo de masa, centro de masa, momentos de inercia.</p> |                   | <p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Analiza propiedades geométricas de curvas planas y en el espacio, a partir de su parametrización.</li> <li>2. Calcula integrales de línea sobre una curva.</li> </ol> |                     |
| Bibliografía de la unidad   |                   | <p>[1] Semanas 11 y 12</p> <p>[3] Capítulo 13</p> <p>[7] Capítulo 9</p>   |                     |

#### D. Estrategias de enseñanza:

La estrategia de enseñanza utilizada es principalmente expositiva con participación activa de los estudiantes.

La participación del estudiante es a través de la respuesta a preguntas teóricas y preguntas de aplicación, es decir resolución de ejercicios, realizadas por el docente.

La resolución de ejercicios, dependiendo del semestre serán aplicados en: la clase de cátedra, las clases auxiliares, o en el trabajo que se les plantea a los estudiantes para el tiempo de trabajo personal.

Para el logro del aprendizaje el estudiante contará con apuntes del departamento, los que incluyen teoría, ejercicios y problemas. A esto se le suman distintos materiales de apoyo entregado por la escuela y el departamento, como material bibliográfico, material audiovisual, tutorías y apoyo en el estudio, entre otros. El curso contempla cinco horas de trabajo autónomo semanal.

#### E. Estrategias de evaluación:

El curso contempla distintas instancias de evaluación de proceso.

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 3 controles por semestre.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará siempre los reglamentos de la Escuela.

#### F. Recursos bibliográficos:

##### **Bibliografía obligatoria:**

La referencia esencial es el apunte del curso:

[1] Docencia DIM, Apuntes Cálculo Diferencial e Integral, última versión<sup>1</sup> disponible en

[https://docencia.dim.uchile.cl/calculo\\_dif/](https://docencia.dim.uchile.cl/calculo_dif/)

[2] Docencia DIM, Apuntes Introducción al cálculo, última versión<sup>2</sup> disponible en

<https://docencia.dim.uchile.cl/calculo/>

##### **Bibliografía complementaria:**

Cada uno de los libros sugeridos cubren la mayor parte del programa, con distinto grado de profundidad y/o enfoques ligeramente distintos. El alumno puede escoger un par de estos libros como guía de estudio.

[3] Protter M.H., Morrey C.B., Cálculo con geometría analítica, Fondo Educativo Interamericano, México, 1980.

[4] Spivak M., Cálculo infinitesimal, Editorial Reverte, México, 1992.

[5] Bradley G.L., Smith K.J., Cálculo de una variable, Prentice-Hall, España, 1998.

[6] Thomas G.B., Finney R.L., Cálculo, Addison- Wesley-Longman, México, 1998.

[7] Piskunov N., Cálculo diferencial e integral, Limusa-Noriega Editores, México, 1994.



**G. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:**

|                 |                                 |
|-----------------|---------------------------------|
| Vigencia desde: | 2020                            |
| Elaborado por:  | José Soto                       |
| Validado por:   | CTD de los departamentos.       |
| Revisado por:   | Área de Gestión Curricular, SGD |