

## Auxiliar 11

Profesor: Juan Escobar  
Auxiliares: Leonel Huerta, Javier Moreno & Rafael Tiara

### Problemas

- P1.** Considere el problema de un principal que quiere contratar a un trabajador. El ingreso del principal es una variable aleatoria que depende del esfuerzo  $e \in \{0, 1\}$  que realiza el agente. Cuando el agente escoge  $e = 0$  entonces el producto que obtiene es  $x_1 = 0$  con probabilidad  $2/5$ ,  $x_2 = 10$  con probabilidad  $2/5$  y  $x_3 = 25$  con probabilidad  $1/5$ . Cuando el agente escoge esfuerzo  $e = 1$ , el producto es  $x_1 = 0$  con probabilidad  $1/5$ ,  $x_2 = 10$  con probabilidad  $2/5$ , o bien,  $x_3 = 25$  con probabilidad  $2/5$ . La utilidad del agente es  $\bar{u} = 1$ , su costo por esforzarse es igual a su esfuerzo y su utilidad por recibir un salario  $w$  es  $u(w) = \sqrt{w}$ .
- (a) Determine el contrato óptimo cuando el esfuerzo es observable.
  - (b) Determine el contrato óptimo cuando el esfuerzo no es observable.
- P2. Control 3, 2019.** Un autor tiene función de utilidad  $\ln(1 + w)$ , donde  $w$  es su ingreso. El autor decide si trabajar o no trabajar en su nueva novela. El costo de trabajar es  $C$ . La novela puede ser un blockbuster y resultar en ingreso  $y$  para la editorial, o puede ser un fracaso y resultar en ingreso  $0$  para la editorial. Si el autor trabaja, la probabilidad de que la novela sea un blockbuster es  $0 < H < 1$ , mientras que si no trabaja la probabilidad de que sea un blockbuster es  $0 < L < H$ . La editorial es neutral al riesgo y escoge el royalty  $\theta$  que pague al autor, es decir, el autor recibe  $\theta R$  donde  $R \in \{0, y\}$  son los ingresos de la editorial por la novela.
- (a) Suponiendo que la editorial quiere inducir no trabajo, encuentre el royalty  $\theta$  óptimo.
  - (b) Encuentre el royalty óptimo.
- P3.** Considere una relación entre un agente y un principal en la que hay solo dos posibles resultados de producción  $Y \in \{Y_H, Y_L\}$  con  $Y_H > Y_L$ . La probabilidad con que se realiza cada uno depende directamente del esfuerzo del agente  $e \in [0, 1]$ , de modo que  $\mathbb{P}(Y = Y_H|e) = e$ . Si el agente recibe salario  $w$ , su función de utilidad es de la forma  $U(w, e) = u(w) - v(e)$ , donde  $u(\cdot)$  y  $v(\cdot)$  son funciones tales que  $u', v', v'' > 0$  y  $u'' < 0$ . La función objetivo del principal es  $\Pi(Y, w) = B(Y - w)$ , con  $B(\cdot)$  una función que suponemos tal que  $B' > 0$  y  $B'' < 0$ .
- (a) Interprete la función objetivo del principal. ¿Qué supuesto pretende capturar?
  - (b) Suponga que el esfuerzo es observable. Escriba el problema de optimización que resuelve el principal y encuentre las condiciones que determinan el contrato óptimo.
  - (c) Suponga ahora que el esfuerzo no es observable. Escriba el problema de optimización que resuelve el principal. ¿Es válida la aproximación de primer orden en este caso? ¿Cómo se relaciona el salario del contrato óptimo con el de la parte anterior?