

Tarea 8

Entrega: lunes 15 de junio

1. Considere un mercado con 30 autos usados. La mitad de ellos son buenos autos mientras que la otra mitad son malos. Los autos buenos valen 3 millones para los compradores, mientras que los autos malos solo valen 1 millón. Los vendedores valoran los autos en un 25 por ciento menos que los compradores. Hay 30 compradores y 30 vendedores.
 - a. Encuentre un equilibrio competitivo (de Arrow-Debreu) suponiendo información simétrica.
 - b. Encuentre un equilibrio del mercado con información asimétrica. Compare su respuesta con lo encontrado en a.

2. Considere una versión del modelo de Akerlof en que los tipos de trabajadores se distribuyen uniforme en $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ y $r(\theta) = \underline{\theta} + \frac{2}{3}(\theta - \underline{\theta})$. Muestre que en equilibrio competitivo sólo se contratan los tipos de productividad $\underline{\theta}$.

3. Considere el siguiente modelo de consumo conspicuo. Suponga que la riqueza de Pedro es alta H o baja L , con $H > L$. Pedro conoce su riqueza; pero el resto de sus amigos no. Pero Pedro disfruta que la gente piense que él es rico. Asuma que si la gente piensa que Pedro es rico con probabilidad q , entonces su beneficio es q . Inicialmente, los amigos de Pedro piensan que él es rico con probabilidad p , pero Pedro puede gastar dinero consumiendo de manera sofisticada para señalar su ingreso. Si c es el consumo conspicuo de Pedro, su costo es c/w , donde $w \in \{H, L\}$ es su riqueza. Los amigos de Pedro observan c y, cuando sea posible, actualizan sus creencias q de manera Bayesiana. La utilidad de Pedro es $q - c/w$. Encuentre equilibrios de separación y de pooling para este modelo.

4. (Propuesto) Considere el modelo de señales en el mercado del trabajo visto en clases, donde un trabajador de tipo $i = H, L$ tiene productividad θ_i , con $\theta_L < \theta_H$. Los eventos son como siguen: (1) El trabajador observa su tipo, pero el empleador no; (2) El trabajador escoge educación $e \geq 0$, que es costosa y observada por los empleadores, pero no es productiva; (3) Los empleadores compiten Bertrand ofreciendo salarios w ; (4) El trabajador escoge una empresa donde trabajar. Suponemos que $c_H(e) = e^2$ y $c_L(e) = e$.
 - a. Muestre que el modelo no satisface la propiedad Spence-Mirrlees-single-crossing.
 - b. Muestre que existe un EBP separador ssi $\theta_H - \theta_L < 1$.

5. Un demandante ha sufrido daños por un valor $v \in \{0, 1, \dots, 99\}$. El juez no conoce v , pero estima que está distribuido uniformemente en $\{0, \dots, 99\}$. El demandante puede revelar v al juez sin costo alguno, en cuyo caso el juez conocerá v . Los eventos son como siguen. Primero, el demandante decide revelar o no revelar v . Luego, el juez asigna una compensación $R \geq 0$. La utilidad del demandante es $R - v$, mientras que la utilidad del juez es $-(v - R)^2$. Estudiamos EBPD (en estrategias puras).
 - a. Encuentre todos los EBPD. Qué tan informativos son los equilibrios? Explique.

- b. En lo que sigue, suponga que existe un costo $c > 0$ de revelar el daño para el demandante. Resuelva el modelo suponiendo $c < 1$.
- d. Caracterice los equilibrios dado $c > 0$ arbitrario.

6. **La inversión corporativa y la estructura del capital.** Un empresario tiene una compañía, pero necesita financiamiento externo para emprender un nuevo proyecto. El empresario tiene información privada sobre qué tan buena es su empresa (los balances no son públicos), y las utilidades del nuevo proyecto no se pueden distinguir ni separar del estado de la compañía ya existente. El empresario pide financiamiento a un inversionista (o financista) a cambio de una porción s de las utilidades (equity).

Más concretamente, suponemos que las utilidades de la compañía ya existente son $\pi \in \{L, H\}$, con $0 < L < H$. Suponemos que el nuevo proyecto es socialmente deseable pues por una inversión de I se generarán ganancias $R > I$ (suponemos que la tasa de interés es 0). El juego transcurre como sigue:

- t1 La naturaleza determina las utilidades π . La probabilidad de $\pi = L$ es $p \in]0, 1[$.
- t2 El empresario conoce π y le ofrece una fracción $s \in [0, 1]$ de la empresa al financista a cambio de la inversión I .
- t3 El inversionista observa s , pero no π y decide aceptar o rechazar la oferta
- t4 Si el inversionista rechaza, las utilidades son π para el empresario e I para el inversor. Si el inversionista acepta, las utilidades son $s(\pi + R)$ para el inversor y $(1 - s)(\pi + R)$ para el empresario.

- a. Encuentre un EBP de confusión (pooling).
- b. Encuentre un EBP de separación en el que la firma L ofrece $s_L = \frac{I}{L+R}$. Explique por qué la firma de utilidades alta no consigue financiamiento.
- c. Explique las condiciones bajo cada uno de los equilibrios existe.
- d. Considere ahora un contrato de deuda. En lugar de participación, el empresario ofrece una deuda D que pagará completamente sólo si no quiebra. Es decir, el inversionista recibirá D si $\pi + R - D \geq 0$, y recibirá $\pi + R$ si no. Muestre que un equilibrio de confusión existe. Contraste su respuesta con el modelo de participación (equity).

7. (Propuesto) Dos países, 1 y 2, deciden simultáneamente entre armarse (A) o no armarse (NA). Armarse es costoso, pero asegura protección en contra de un rival armado. Más concretamente, los pagos para el jugador i (que escoge fila) son

	A	NA
A	$-c_i$	$\mu - c_i$
NA	-2	0

donde c_i es el costo de armarse para i , $\mu > 0$ es el beneficio de i si se arma pero el rival no (de modo que lo pueda invadir), y -2 representa las pérdidas que ocurren cuando se está desarmado pero el rival está armado. Suponemos que c_i es información privada del jugador i y se distribuye uniforme en $[0, 1]$, $i = 1, 2$. En este problema, nos interesa el caso en que los beneficios de estar armado μ son pequeños.

- a. Suponga, solo en esta parte, que c_1, c_2 son conocidos y $c_i > \mu$. Encuentre los EN (en puras) del juego y compárelos en un sentido de Pareto.
- b. Fijando la estrategia del rival, caracterice la respuesta óptima del país i como función de su tipo c_i y la probabilidad p_j con la que el rival se arma. Muestre que la respuesta óptima es tipo cutoff.
- c. Muestre que existe un único EB, en el que ambos países se arman independiente de sus costos c_i .
- d. Suponga ahora que los países mueven secuencialmente. En $t = 0$, los países reciben la información privada sobre sus costos; en $t = 1$ al país 1 toma una decisión en $\{A, NA\}$ y tal decisión es observada por 2; en $t=2$ el país 2 decide en $\{A, NA\}$. Es el resultado encontrado en c (que en equilibrio ambos países atacan) consistente con el resultado de algún equilibrio Bayesiano perfecto débil del juego con movidas secuenciales? Tiene el juego con movidas secuenciales un EBPD con resultado distinto del encontrado en c? Explique.