IN701 Microeconomía I — Profesor: Juan Escobar

Otoño 2020 — Auxiliares: Leonel Huerta, Javier Moreno, Rafael Tiara

Tarea 7

Entrega: viernes 29 de mayo

Para esta tarea, su nota se calculará como

$$\frac{1}{2}(p_1 + \max(p_2, p_3))$$

donde p_i es la nota en el problema i.

1. **Colusión en competencia Cournot.** Considere un modelo de Cournot en el que N firmas tienen costos marginales iguales a $c \geq 0$ y enfrentan una demanda $P(Q) = a - Q$, con $a > c$. Sea $q^{EN} \geq 0$ la cantidad que cada firma produce en el unico EN del juego. Suponga que el juego es infinitamente repetido con monitoreo perfecto, y factor de descuento $\delta \in]0, 1[$.

   a. Sea Q^M la cantidad total monopólica. Encuentre el factor de descuento $\bar{\delta}(N)$ de modo que para todo $\delta > \bar{\delta}$, estrategias gatillo (donde el castigo es al EN) tienen como resultado de equilibrio a cada firma fijando una cantidad Q^M/N. Como depende $\bar{\delta}(N)$? Explique.

   a. Para $\bar{q} > 0$ considere estrategias gatillo $\sigma^{\bar{q}}$ tal que en el camino del juego todas las firmas juegan $\bar{q}$ y desviaciones se castigan con reversión al equilibrio de Nash simétrico q^{EN}. Muestre que para todo $\delta > 0$, las firmas siempre pueden coludise (quiza de manera imperfecta). Es decir, muestre que para todo $\delta > 0$ existe $\bar{q} < q^{EN}$ tal que $\sigma^{\bar{q}}$ es un EPS.

   c. Suponga que $N = 2$. Encuentre el factor de descuento $\hat{\delta} < 1$ de modo que para todo $\delta > \hat{\delta}$, estrategias de garrote-zanahoria tienen como resultado de equilibrio a cada firma fijando una cantidad $Q^M/2$. Para definir las estrategias garrote-zanahoria, suponga que las firmas juegan $Q^M/2$, castigan una desviación con un garrote (simétrico) $q^G > q^{EN}$ durante un periodo, y luego vuelven a la fase cooperativa. Encuentre q^G de modo tal que $\hat{\delta}$ sea lo menor posible.

2. En cada $t \geq 1$, Pedro y Juan interactúan en el siguiente juego en forma extensiva:

   $t.1$ Juan decide contratar (C) o no contratar (NC) a Pedro. Si Juan contrata (C), Juan debe pagarle w a Pedro. Si Juan no contrata, el juego sigue a la ronda $t + 1$.

   $t.2$ Si Juan contrata a Pedro, Pedro decide trabajar (T) o no trabajar (NT).

   En cada t, si Juan contrata a Pedro, la producción y_t puede ser igual a $R > 0$ o igual a 0 con las siguientes probabilidades:

   $$P[y_t = R|T] = p, \quad P[y_t = R|NT] = 0$$

   donde $p < 1$. Trabajar cuesta $c > 0$, con $c < w < pR$. Si Juan no contrata a Pedro, la producción es 0. Pedro observa todas las decisiones del juego. Juan observa la producción pero no la decisión de Pedro. El factor de descuento es $\delta < 1$.

   a. Caracterice el equilibrio del juego de etapa. Es decir, carecterice el EPS del juego suponiendo que no se repite.

b. Muestre que las estrategias gatillo son un equilibrios que sustentan un resultado eficiente si δ es cercano a 1. HINT: Considere los incentivos para ambos jugadores.

c. Es posible que una estrategia de castigo finito $T \geq 1$ sea mejor que la estrategia gatillo? Explique el trade-off que T resuelve.

3. **La monarquia como norma social** Considere una comunidad de N miembros, con N par. En cada $t \geq 1$, cada jugador i se aparea con un jugador $j \neq i$ de manera aleatoria y uniforme. Más formalmente, una función de emparejamiento es $m\colon \{1, \ldots, N\} \to \{1, \ldots, N\}$ tal que $m(i) \neq i$ y $[m(i) = j$ implica que $m(j) = i]$. En cada t, se decide aleatoria y uniformemente una función de emparejamiento m^t (que es observada por todos los miembros) de modo que si $m^t(i) = j$, entonces i y j juegan el siguiente dilema del prisionero: con $l, g > 0$. Las funciones

	C	D
C	$1, 1$	$-l, 1+g$
D	$1+g, -l$	$0, 0$

de emparejamiento $(m^t)_{t \geq 1}$ se realizan independientemente. El juego es de monitoreo perfecto: cada jugador observa la historia previa de jugadas en sus interacciones y de las de los otros jugadores. El factor de descuento es $\delta < 1$.

a. Suponga que $N = 2$. Encuentre una condición necesaria y suficiente para que haya cooperación en el camino del equilibrio de un EPS.

b. Suponga que $N \geq 4$. Encuentre una condición necesaria y suficiente para que cooperación ocurra en el camino del equilibrio de un EPS.

c. Solo por esta parte, suponga que la función de monitoreo no se realiza de manera uniforme de modo que hay algunos pares que son más probables. Repita la parte b del problema.

En lo que sigue, exploramos la posibilidad de que la comunidad sostenga normas con altos niveles de desigualdad en las que unos pocos disfrutan pagos altos y otros pagos bajos. Por simplicidad, suponemos que $N = 4$ y nos interesamos en una norma que tiene al jugador 1 como favorecido, o rey, y al resto como no favorecido, o sirviente. Consideramos un resultado (outcome) desigual en el que el jugador 1 juega siempre D, mientras que los jugadores 2, 3, y 4, juegan siempre C.

d. Puede existir $\bar{\delta} < 1$ tal que para todo $\delta > \bar{\delta}$, existe un EPS cuyo camino del equilibrio coincide con el resultado desigual detallado arriba? Explique intuitivamente el equilibrio encontrado.

e. Puede haber un equilibrio con 2 reyes y 2 sirvientes? Contraste su respuesta con lo encontrado en d. Explique.