

Auxiliar 1

Profesor: Juan Escobar

Auxiliares: Leonel Huerta, Javier Moreno & Rafael Tiara

Resumen

- Sea X un conjunto de posibles decisiones. Una relación $\succeq$ sobre X modela preferencias de agente. Sea $x, y \in X$. $x \succeq y$ se interpreta como x es preferido a y .
- A partir de $(X, \succeq)$ se define:
Indiferencia ($\sim$): $x \sim y \Leftrightarrow x \succeq y \wedge y \preceq x$. Es decir, x es indiferente a y si, y sólo si, x es débilmente preferido a y e y es débilmente preferido a x .
Estrictamente preferido ($\succ$): $x \succ y \Leftrightarrow x \succeq y$ y no $y \sim x$. Es decir, x es estrictamente preferido a y si, y sólo si, x es débilmente preferido a y e y no es débilmente preferido a x .
- La relación $\succeq$ es racional si:
(i) Completitud: $\forall x, y \in X$, $x \succeq y$ ó $y \succeq x$ (el agente siempre tiene opinión).
(ii) Transitividad: $[x \succeq y, y \succeq z] \Rightarrow x \succeq z$.
- **Regla de decisión:** Dado $B \subseteq X$,

$$C(B, \succeq) = \{ x \in B \mid x \succeq y, \forall y \in B \}$$

- Una regla de decisión $C: \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}$ satisface el Axioma de preferencias reveladas de Houthakker (APRH) si: $\forall x, y \in A \cap B$, $x \in C(A)$, $y \in C(B) \Rightarrow x \in C(B)$
- Sea $C: \mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B}$ no vacía.
 $C(\cdot)$ satisface APRH ssi $\exists \succeq$ racional tal que $\forall B \subseteq X$, $C(B) = C(B, \succeq)$
- Sea $\succeq$ representado por una utilidad u . Entonces:
a) $\succeq$ es racional
b) $C(B, \succeq) = \underset{B \subseteq X}{\operatorname{argmax}}(x)$, $x \in B = \{x \in B, u(x) = \sup_{y \in B} u(y)\}$

Problemas

- P1.** (a) Una relación de preferencias $\succeq$ sobre $X = R_+^2$ está definida por $x \succeq y \Leftrightarrow x_1 x_2 \geq y_1 y_2 + 1$. Determine si $\succeq$ es completa y transitiva.
- (b) Definimos otra relación de preferencias $\succ^*$ sobre $X = R_+^2$ mediante $x \succ^* y \Leftrightarrow x_1 x_2 > y_1 y_2 + 1$. Luego, definimos $x \succeq^* y$ si y sólo si no se cumple $y \succ^* x$. A partir de $\succeq^*$ definimos $x \sim^* y$ como es habitual ($x \succeq^* y$ & $y \succeq^* x$). Determine si $\succ^*$ es completa y transitiva. Determine si $\succeq^*$ es completa y transitiva. Determine si $\sim^*$ es completa y transitiva.

P2. Demuestre que el APRH es equivalente a: $A \cap C(B) \neq \emptyset \Rightarrow C(A) \cap B \subseteq C(B)$.

P3. Sea $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y sea $B = \{\{1, 2\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \{4, 6\}\}$, con $C(1, 2) = \{2\}$, $C(4, 5) = \{5\}$, $C(5, 6) = \{6\}$ y $C(4, 6) = \{4\}$.

(a) ¿ $E = (B, C(\cdot))$ satisface el APRH?

(b) ¿Si ponemos $C(1, 2) = \{2\}$, $C(4, 5) = \{4, 5\}$, $C(5, 6) = \{5, 6\}$ y $C(4, 6) = \{4, 6\}$, se cumple el APRH? Encuentre una relación de preferencias completa y transitiva que racionaliza a $E = (B, C(\cdot))$ (Hint: Utilice el Teorema de Richter: Una estructura de elección $E = (B, C(\cdot))$ satisface el APRH si y sólo si existe una relación de preferencias $\succeq$ que la racionaliza).

P4. Demostrar que si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es estrictamente creciente, y $u : X \rightarrow \mathbb{R}$ representa a una relación de preferencias $\succeq$, entonces $v : X \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $v(x) = f(u(x))$ también representa a $\succeq$.