IN701 Microeconomía I — Profesor: Juan Escobar

Otoño 2020 — Auxiliar: Leonel Huerta, Javier Moreno, Rafael Tiara

Tarea 2

Entrega: 8 de Abril, antes de las 10am

P1. Considere un consumidor que enfrenta precios $(1,1)$ y cuyo ingreso es $w = 10$. Suponga que los precios cambian a $p' = (2,1)$. Para cada una de las funciones de utilidad, calcule el efecto ingreso y el efecto sustitución del cambio en precios sobre la demanda Marshalliana del bien 1.

a. $X = \mathbb{R}^2_+$, $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$, con $\alpha, \beta > 0$.

b. $X = \mathbb{R}^2_+$, $u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$, con $a, b > 0$.

c. [Opcional] $X = \mathbb{R}^2_+$, $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\} + a \max\{x_1, x_2\}$, con $a \in]0, 1[$

P2. Considere un consumidor cuya función de utilidad indirecta es

$$v(p_1, p_2, w) = (\frac{w}{p1})^{1/4}(\frac{w}{p_2})^{3/4}.$$

a. Calcule la funcón de gasto $e(p, u)$. Calcule las demandas Hicksianas $h(p, u)$.

b. Calcule las demandas Marshallianas y discuta si los bienes son regulares, de Giffen, normales, o inferiores.

c. Calcule la variación equivalente, la variación equivalente, y el cambio en el excedente del consumidor si $w = 10$ y los precios cambian de $p = (2, 1)$ a $p = (1, 1)$. Discuta

P3. En el debate sobre los índices de precios al consumidor (IPC) en Estados Unidos, una alta autoridad escribió un artículo en defensa de la manera en que se calcula el IPC. Para cada una de las siguientes citas, explique la lógica (o falta de lgíca) detre los argumentos.

a. ”Ya que el IPC usa una canasta fija de bienes, no captura el efecto sustitución de un cambio en precios. Si el precio del vacuno sube, los consumidores demandarán más pollo. Los críticos argumentan que el IPC sobreestima lo que los consumidores en realidad gastan. Eso es cierto, pero el pollo no es vacuno. Es razonable ajustar por ganancias en calidad, pero también debiesemos tomar en cuenta las pérdidas en calidad.

b. “Los críticos argumentan que esperamos demasiado para incluir nuevos productos en la canasta básica, y luego estamos perdiendo reducciones de precio importante. La calculadora de bolsillo costaba 1000 dólares pero ahora se vende a 10. Eso es cierto, pero muy poca gente compraba calculadoras cuando estas costaban 1000 dólares.

P4. Considere un consumidor que demanda bienes en $\mathbb{R}^L_+ \times \mathbb{R}$ donde una canasta típica se escribe $(x,t) \in \mathbb{R}^L_+ \times \mathbb{R}$. Diremos que las preferencias son cuasilineales si su función de utilidad se escribe

$$u(x,t) = U(x) + t$$

donde $U : R^L_+ \to \mathbb{R}$. Suponga que las preferencias son cuasilineales, U es estrictamente cuasicóncava y continua. El objetivo de este problema es mostrar que cuando las preferencias son cuasilineales, el efecto ingreso no es existe, las demandas Marshallianas y Hicksianas coincides, y el excedente del consumidor (calculado como la integral de la demanda Marshalliana) es una medida vdad de bienestar.

a. Muestre que las demandas Marshallianas por los primeros L bienes no dependen de la riqueza w.

b. Muestre que las demandas Hicksianas por los primeros L bienes no dependen del nivel de utilidad $\bar{u}$ que se quiere alcanzar.

c. Muestre que la función de utilidad indirecta se puede escribir $v(p,w) = w + f(p)$, donde f es alguna funci los precios.

   En lo que sigue, suponga que el precio del bien 1 crece desde p_1 a $p_1 + \Delta$, $\Delta > 0$, manteniendo todos los otros precios constantes.

d. Muestre que la variación equivalente coincide con la variación compensada para el cambio de precios.

e. En aplicaciones es común usar el área bajo la curva de demanda como una medida del bienestar de los consumidores. Muestre que

$$\int_{p_1}^{p_1+\Delta} x_1(s, p_{-1}, w) ds$$

   es una medida apropiada del cambio en bienestar del consumidor después de un cambio en precios, donde p_{-1} denota el precio de todos los bienes distintos del bien 1. Es esto cierto si las preferencias no son cuasilineales? Explique.

P5. En este problema derivamos propiedades de estática comparativa para el problema del monopolio. Recuerde que el maximando de una función positiva $f(x,t)$ coincide con el maximando de la función $\ln(f(x,t))$. Sea $Q(p,t)$ una función de demanda decreciente en el precio p, donde t es un parámetro. Suponemos que Q es diferenciable en p y estrictamente positiva en el rango relevante.

a. Muestre que la elasticidad de la demanda $(-pQ_p(p,t)/Q(p,t))$ cae con t ssi $\ln(Q(p,t))$ tiene diferencias crecientes en (p,t).

b. Suponga que la firma resuelve $\max_{p \in P}(p-c)Q(p,t)$, donde $P \subseteq \mathbb{R}_+$. Derive una condición suficiente para que p crezca con t. Discuta y explique el resultado.

c. Cómo depende el precio del monopolista en c ?

d. Es importante suponer que la demanda es cóncava en el precio para derivar resultados de estática comparativa? Es importante que el espacio de precios sea continuo? Discuta.

P6. [Opcional]

a. Considere un consumidor que en lugar de riqueza fija, comienza con una canasta z (no necesariamente su canasta óptima), y puede comprar y vender a precios p. Suponga que todos los bienes son regulares y suponga que los precios cambian al vector $p' = (p_1', p_2, ..., p_L)$, donde $p_1' > p_1$. Derive las condiciones bajo las cuales el cambio en precio la demanda por el bien 1 aumenta. Ejemplifique. Explique si un resultado similar se puede o no obtener si el nivel de riqueza w es fijo (es decir, no depende de los precios p).

b. Considere un consumidor cuya demanda Marshalliana por el bien 1 satisface $\partial x_1/\partial p_2(p,w) > 0$ para todo (p,w). Si el bien 1 es normal, deduzca que

$$\partial^2 e/\partial p_1 \partial p_2(p,\bar{u}) > 0.$$

c. Considere un consumidor racional con preferencias continuas. Además, sus preferencias son homotéticas: $x \succeq y$ entonces $\lambda x \succeq \lambda y$ para todo $\lambda > 0$. Muestre que existe una función de los precios $f(p)$ tal que $x(p,w) = wf(p)$ para todo $(p,w) \in \mathbb{R}^L_{++} \times \mathbb{R}_+$. Grafique.

P7. Un consumidor en una economía de tres bienes tiene demandas Marshallianas

$$x_1 = 100 - 5\frac{p_1}{p_3} + \beta\frac{p_2}{p_3} + \delta\frac{w}{p_3}$$

y

$$x_2 = \alpha + \beta\frac{p_1}{p_3} + \gamma\frac{p_2}{p_3} + \delta\frac{w}{p_3}$$

donde las letras griegas son constantes.

a. Explique como se encuentra x_3.

b. Encuentre las restricciones sobre los parámetros que el modelo del consumidor impone.

P8. [Opcional] Considere una función $x(p,w)$ homogénea de grado 0, que satisface la ley de Walras, y cuya matriz de Slutsky es simétrica y semidefinida negativa. Nos interesa encontrar las preferencias que racionalizan la funci demanda $x(p,w)$.

a. Consideramos una función $e(p,u)$ que será nuestra candidata a función de gasto tal que para todo $i = 1, ..., L$ y todo $(p,\bar{u})$,

$$\frac{\partial e(p,\bar{u})}{\partial p_i} = x_i(p, e(p,\bar{u})).$$

Suponemos que tal función e existe. Muestre que e es creciente en p, homogénea de grado 1 en p, y cóncava en p.

b. Suponga que $u\colon \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$ es cuasicóncava y diferenciable con derivadas que son estrictamente positivas. Pruebe que

$$u(x) = \min_{p \in \mathbb{R}^L_{++}} v(p, p \cdot x)$$

donde v es la función de utilidad indirecta generada por u.

c. Discuta como podría encontrar las preferencias, dada la información sobre la demanda $x(p,w)$. Ejemplifique su método suponiendo que $x_i(p,w) = a_i w/p_i$, donde $L = 3$, $a_i > 0$ y $a_1 + a_2 + a_3 = 1$. [HINT: No necesita resolver la ecuación diferencial, puede serle til considerar $e(p,\bar{u}) = \bar{u} p_1^{a_1} p_2^{a_2} p_3^{a_3}$ y verificar que satisface la ecuación diferencial.]