

Examen

Tiempo: 240 minutos

1. (45pts) Pedro y Juan consumen manzanas y plátanos. Pedro posee 4 manzanas y 2 plátanos. Juan posee 2 manzanas y 3 plátanos. Las funciones de utilidad son:

$$U^P(x_P, y_P) = x_P^{1/2} + y_P^{1/2}, \quad U^J(x_J, y_J) = x_J y_J$$

Donde x representa la cantidad de manzanas e y la cantidad de plátanos.

- (a) (15pts) Calcule todas las asignaciones Pareto Eficientes.
(b) (15pts) Para cada asignación Pareto Eficiente encontrada en (a), muestre que es factible redistribuir las dotaciones iniciales de modo que se alcance en equilibrio tal asignación Pareto Eficiente.
(c) (15pts) Suponga que Pedro odia las cáscaras de plátano que Juan lanza. Así, la utilidad de Pedro es:

$$U^P(x_P, y_P, y_J) = x_P^{1/2} + y_P^{1/2} - y_J$$

Muestre que el equilibrio no es Pareto Eficiente.

2. (60pts) Dos firmas venden un mismo producto y enfrentan una demanda $P(Q) = 1 - Q$. Sus costos marginales son iguales a 0, sin embargo, para participar en el mercado necesitan adquirir licencias. El gobierno vende dos licencias. Cada licencia permite a su adjudicatario vender $k > 0$ unidades del bien. Así, si una firma adquiere las dos licencias, entonces podrá vender hasta $2k$ unidades. Suponemos $k < 1/2$. El gobierno licita licencias al mejor postor de la siguiente manera: Cada firma pone en un sobre cerrado su disposición a pagar por una licencia y por dos licencias. Por ejemplo, una oferta $(1/2, 3/4)$ de la firma 1 significa que está dispuesta a pagar $1/2$ por una licencia y $3/4$ por dos licencias. El gobierno abre los sobres y escoge la combinación que maximiza su ingreso. Por ejemplo, si las ofertas son $(1/2, 3/4)$ y $(1/2, 4/5)$, el gobierno da una licencia a cada firma, mientras que si las ofertas son $(0, 1/2)$ y $(0, 1/3)$, la firma 1 obtiene ambas licencias. Así, el juego transcurre como sigue:

Etapla 1: Licitación determina la asignación de licencias.

Etapla 2: Dada la asignación de licencias, las firmas compiten a la Cournot.

Note que si una firma se queda sin licencia, entonces su producción es 0.

- (a) (15pts) Suponiendo que ambas firmas adquieren una licencia cada una, encuentre un EN para todo $k < 1/2$.
(b) (15pts) Encuentre el EN para cada subjuego terminal.
(c) (15pts) En lo que sigue suponemos que las ofertas en la licitación son discretas en $\{0, \epsilon, 2\epsilon, \dots\}$. Muestre que en cualquier EPS una firma obtiene ambas licencias.
(d) (15pts) Es el resultado en (c) atractivo para el excedente total? Cómo modificaría la licitación? Explique.

3. (45pts) **Pedro trabaja para Juan**

En cada $t \geq 1$, Pedro y Juan interactúan en el siguiente juego en forma extensiva.

t_1 Juan decide contratar o no contratar a Pedro, Si lo contrata (C), Juan debe pagarle w a Pedro. Si no, el juego sigue a la ronda $t + 1$.

t_2 Si Juan contrata a Pedro, Pedro decide trabajar (T) o no trabajar. La producción y puede ser igual a $R > 0$ o igual a 0 con las siguientes probabilidades:

$$\mathbb{P}[y = R|T] = p, \quad \mathbb{P}[y = R|NT] = 0$$

donde $p < 1$.

Trabajar cuesta $c > 0$, con $c < w < pR$. Si Juan no contrata a Pedro, la producción es 0.

Pedro observa todas las decisiones del juego. Juan observa la producción pero no la decisión de Pedro. El factor de descuento es $\delta < 1$.

(a) (15pts) Suponiendo $\delta = 0$ calcule todos los EPS. Calcule los resultados eficientes.

(b) (15pts) Muestre que las estrategias gatillo son un EPS que sustentan un resultado eficiente si δ es cercano a 1.

(c) (15pts) Es posible que una estrategia de castigo finito $T \geq 1$ sea mejor que la estrategia gatillo? Explique el trade-off que T resuelve.

4. (30pts) Pedro quiere comprar el auto de Juan. Pedro valora el auto en $\theta \in [0, 1]$, mientras que Juan lo valora en $\alpha\theta + (1 - \alpha)\eta$. Juan sabe qué tan bueno está el auto por lo que conoce θ y η . Pedro no conoce ninguno de éstos parámetros pero desde su perspectiva, θ y η son uniformes en $[0, 1]$ (independientes)

(a) (15pts) Pedro hace una oferta p de tómalo-o-déjalo a Juan. Juan observa p y decide si aceptar o no. Calcule la oferta p^* óptima para Pedro.

(b) (15pts) Calcule el excedente social que se alcanza en (a). Cómo cambia el excedente con α ? Demuestre y explique intuitivamente su resultado.