

Tarea 9

lunes 22 de junio

1. **Monopolio Discriminador.** Un monopolio con una función de costos lineal $c(q) = cq$ enfrenta un consumidor con utilidad

$$u(q, t) = 2\theta\sqrt{q} - t$$

donde $q \geq 0$ es la cantidad consumida y t es la transferencia que el consumidor realiza al monopolio. La utilidad del monopolio es $t - c(q)$. El consumidor siempre puede decidir no comprar y recibir utilidad igual a 0.

- [Discriminación perfecta] Suponiendo que θ es conocido, caracterice el contrato $\hat{q}(\theta), \hat{t}(\theta)$ que maximiza la utilidad del monopolio.
 - Suponiendo que θ es conocido, caracterice el contrato que maximiza la utilidad del consumidor $\tilde{q}(\theta), \tilde{t}(\theta)$. Compare $\hat{q}(\theta)$ y $\tilde{q}(\theta)$ en términos de eficiencia.
 - [Discriminación segundo grado] Suponga ahora que el monopolista no conoce θ . Desde su perspectiva, θ se distribuye uniforme en $[0, 1]$. Caracterice el menú $\theta \mapsto q^*(\theta), t^*(\theta)$ que maximiza la utilidad esperada del monopolio sujeto a la restricción de incentivos y a la restricción de participación.
 - Explique por qué el monopolio distorsiona las cantidades transadas $q^*(\theta)$ en c.
2. **Externalidades y el mecanismo de la externalidad esperada.** Pedro y Juan viven juntos y deciden sus esfuerzos en mantener los lugares comunes limpios, e_i con $i = P, J$. La utilidad de i viene dada por

$$u_i(e, \theta_i) = e_i + e_{-i} - (e_i + \theta_i(e_i)^2)/2$$

donde $(e_i + \theta_i(e_i)^2)/2$ representa el costo para i de mantener limpio. Suponemos que $\theta_i \in [0, 1]$ es información privada de i . Desde la perspectiva del resto, θ_i se distribuye uniformemente en $[0, 1]$

- Encuentre un EB del juego entre Pedro y Juan.
- Muestre que $e^*(\theta)$ definida por $e_i^*(\theta_i) = 1/\theta_i$ maximiza la suma de las utilidades.
- Diego está preocupado por los problemas de convivencia entre Pedro y Juan, por lo que se ofrece a usar sus conocimientos en diseño de mecanismos para implementar un resultado eficiente. Suponga que Diego puede diseñar un esquema de transferencias $T_i(\theta)$ de modo de que la utilidad de i se convierte en

$$u_i(e, \theta_i) + T_i(\theta)$$

Caracterice el mecanismo de externalidad esperada que mantiene el presupuesto balanceado.

3. (Propuesto) **Regulando a una empresa sin conocer sus costos.** Considere el problema de un regulador que debe contratar a una empresa privada monopólica para que le produzca un bien. El costo por unidad es constante pero puede ser alto (c^A) o bajo (c^B). La empresa conoce su costo, pero el regulador no puede observarlo. Desde su punto de vista, la empresa tiene costos altos con probabilidad π . Sin embargo, el regulador puede elegir la cantidad que quiere comprar (q) y el monto total que pagará R y hacerlo depender de cualquier declaración de la empresa que elija. Si la empresa produce q unidades y se le paga R , la utilidad del regulador es $B(q) - R$, con $B' > 0$ y $B'' < 0$. Obviamente, la participación de la empresa es voluntaria, vale decir, el regulador tiene que ofrecerle al menos lo suficiente para que cubra sus costos. Suponga además que para el regulador es indispensable que la empresa, aún si es de costos altos, acepte producir el bien. El regulador tiene que diseñar un contrato y su objetivo es maximizar: $E[B(q) - R]$.
- Escriba lo que optimiza el regulador.
 - Escriba la función de pago de la empresa.
 - Muestre que en el óptimo $q^A \leq q^B$.
 - En el resto de la pregunta suponga que $q^A < q^B$. Luego demuestre que: (i) la empresa de costo bajo obtiene utilidades, (ii) la empresa de alto costo obtiene exactamente cero utilidades, (iii) la restricción de incentivos de la empresa de bajo costo se cumple con igualdad.
 - Usando los resultados de la parte anterior, encuentre el contrato óptimo. Luego caracterícelo, vale decir, explique sus propiedades relativo al primer mejor con información simétrica. Muestre que el regulador deberá dejar rentas a la empresa regulada.