

Control 2

Tiempo: 180min

Instrucciones: Este control se desarrollará de manera remota. El enunciado del control se ha subido a ucursos a las 14:00 del 29 de mayo. Cada alumno dispone de 3 horas para resolver el control durante una ventana de cuatro horas. El alumno se compromete a cronometrar el tiempo empleado en responder el control y usar exactamente 3 horas para resolverlo. El alumno debe enviar un archivo ordenado con cada una de sus respuestas antes de las 17:59 del 29 de mayo.

Durante el desarrollo del control, los alumnos pueden consultar el material de las cátedras y auxiliares, así como libros y apuntes online. Las respuestas son individuales, no se pueden copiar de ninguna fuente, y sólo se pueden compartir con el equipo docente. Las dudas o clarificaciones se preguntarán y responderán a la brevedad en el foro de ucursos.

En cada hoja usada para resolver el control, deberá escribir su nombre completo, RUT, tiempo de inicio y término del control, firma, junto con el texto:

He usado menos de 3 horas en el desarrollo de este control. No he compartido ni compartiré mis soluciones con estudiantes del curso.

No se evaluarán desarrollos en repuestas que no cumplan con este requisito.

1. (60pts) $N \geq 2$ firmas compiten Cournot decidiendo cantidades $q_i \geq 0$ simultáneamente. La demanda (inversa) toma la forma $P(Q) = 1 - Q$, con $Q = \sum_{i=1}^N q_i$. La firma i tiene costos marginales constantes e igual a $c_i \in [0, 1[$. Sin pérdida de generalidad, suponemos que $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_N$.
 - a. (15pts) Encuentre la función de mejor respuesta de la firma i , dada la cantidad $Q_{-i} = \sum_{j \neq i} q_j$ que producen sus rivales. Note que la mejor respuesta podría no ser interior.
 - b. (15pts) Sea $q^* = (q_1^*, \dots, q_N^*)$ un EN. Muestre que si $q_i^* > 0$ para algún i , entonces $q_j^* > 0$ para todo $j \leq i$. Explique el resultado.
 - c. (10pts) Es el EN del juego de Cournot eficiente desde la perspectiva de la suma de las utilidades de las firmas? Para argumentar, caracterice la solución $\bar{q} = (\bar{q}_1, \dots, \bar{q}_N)$ que maximiza la suma de las utilidades de las firmas. Puede serle útil distinguir entre los casos $c_1 = c_2$ y $c_1 < c_2$.
 - d. (10pts) Suponga que previo a la competencia Cournot, la firma 1 (y sólo la firma 1) puede invertir en reducir sus costos. El costo de reducir sus costos en $\Delta \geq 0$ unidades es igual a $f(\Delta)$, donde f es diferenciable, estrictamente creciente y convexa. Así, el juego es:

Etapas: Etapa 1: Firma 1 decide Δ

Etapas: Etapa 2: Firmas observan la decisión de la Etapa 1 y compiten Cournot decidiendo cantidades $q_i \geq 0$.

La utilidad de la firma 1 es

$$u_1(q, \Delta) = P(Q)q_1 - (c_1 - \Delta)q_1 - f(\Delta)$$

mientras que la utilidad de la firma $j \neq 1$ es

$$u_j(q, \Delta) = P(Q)q_j - c_j q_j$$

Explique el tradeoff que la firma 1 resuelve al decidir Δ . Concretamente, escriba la condición de optimalidad que caracteriza la decisión óptima Δ^* e identifique el impacto directo y el impacto indirecto (estratégico) de Δ sobre las utilidades de la firma 1. Suponga que las soluciones son interiores y que $N = 2$.

- e. (10pts) Suponga ahora que la decisión de inversión de la firma 1 ocurre simultáneamente con las decisiones de producción. En particular, una firma $j \neq 1$ no observa Δ de la firma 1 al momento de competir Cournot. Repita la parte d para este modelo. Cuál inversión será mayor? Explique enfatizando los mecanismos estratégicos del modelo.

2. (30pts) Considere el siguiente juego de coordinación:

	L	R
l	2, 1	0, 0
r	0, 0	1, 2

- a. (15pts) Encuentre las estrategias que sobreviven la EIEED, los EN, y el ENEM.
 b. (15pts) Considere la siguiente perturbación del juego:

	L	R
l	$2 + t_1, 1$	0, 0
r	0, 0	$1, 2 + t_2$

donde t_i es información privada del jugador i . Suponemos que t_i se distribuye uniformemente en el intervalo $[0, x]$, donde $x > 0$. Note que cuando x es cercano a 0, este juego de información incompleta se parece al juego en forma normal original.

- i. (10pts) Caracterice un EB del juego de información incompleta.
 ii. (5pts) Tomando $x \rightarrow 0$, ilustre la Purificación de Harsanyi.
3. (30pts) Consideremos el siguiente juego de T periodos entre un dueño de un negocio y $N \geq 2$ posibles empleados. Al comienzo de cada periodo $t = 1, \dots, T$, el dueño debe seleccionar a un empleado para que administre su negocio. El empleado seleccionado decide la fracción x_t del ingreso del negocio (de ese periodo) que dejará para sí mismo. Sea $m_t \in \{1, \dots, N\}$ la identidad del empleado seleccionado en el periodo t , y sea $x_t \in [0, 1]$ la cantidad que m_t dejó para sí mismo. Suponemos que los ingresos de este negocio son constantes e iguales a 1 en cada t . Así, en el periodo t , los ingresos del dueño son iguales a $1 - x_t$. El empleado i obtiene x_t si $i = m_t$ y obtiene 0 si $i \neq m_t$. Todas las partes (es decir, los $N + 1$ jugadores) descuentan pagos con un factor $\delta \in]0, 1[$.

- a. (15pts) Suponemos que $N = 2$ y $T = 2$.
- i. (10pts) Cuál es el pago más alto que el dueño puede obtener en un EPS de este juego? Construya un EPS que alcanza ese pago. HINT: Note que en el periodo 2 el dueño obtendrá pago 0 (por qué?), pero al decidir a quien contrata en $t = 2$ puede *premiar* ciertos comportamientos del periodo $t = 1$.
- ii. (5pts) Cuál es el pago más bajo que el dueño puede obtener en un EPS de este juego? Construya un EPS que alcanza ese pago.
- b. (15pts) Suponemos que $T = \infty$ y $N = \infty$. Existe un EPS en el cual, en el camino del equilibrio, $x_t < 1$ para todo t ?