Universidad de Chile
Magíster en Economía Aplicada
IN701 - Microeconomía I - Otoño 2020

Auxiliar 7

Profesor: Juan Escobar
Auxiliares: Leonel Huerta, Javier Moreno & Rafael Tiara

Problemas

P1. *Entry Deterrence.* Un mercado está caracterizado por una función de demanda Q = 1 - P y una sola firma con costos marginales constantes c. El monopolista se enfrenta a entradas potenciales de nuevas firmas que poseen el mismo costo marginal pero un costo fijo adicional para entrar F= 0.1. Si el incumbente acepta la entrada pasivamente, entonces se compite a la Cournot. Sin embargo, el monopolista puede amenazar en producir la cantidad competitiva (en la que P = c), por lo que la firma entrante tendría perdidas si entra en el mercado. Si la firma nueva no entra, entonces el incumbente se comporta como un monopolista.

(a) Asuma que c = 0 y calcule los pagos de todas las firmas en los casos de Monopolio, Duopolio a la Cournot y comportamiento agresivo.

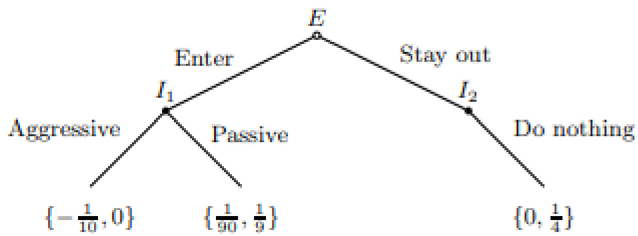
Hay tres posibles resultados del juego dependiendo de las decisiones de los nuevos entrantes (entrar v/s no entrar) y de la firma incumbente (comportamiento agresivo v/s pasivo). En caso de no entrar, el incumbente fijará la cantidad monopólica.
Sea i el índice del incumbente y e el índice de la nueva firma.
La cantidad monopolista es $q_i^m = \frac{1}{2}$ y los pagos son $\Pi_i^m = \frac{1}{4}$ y $\Pi_e^m = 0$.

Si la nueva firma entra al mercado y el incumbente juega pasivamente, la competencia a la Cournot entregará cantidadades $q_i^c = q_e^c = \frac{1}{3}$ y $\Pi_i^c = \frac{1}{9}$, mientras $\Pi_e^c = \frac{1}{90}$. Las dos producen la misma cantidad pero ganan distintas utilidades dado el costo fijo que la nueva firma tiene que pagan en orden de entrar al mercado.

Finalmente, si la nueva firma entra al mercado y el incumbente se comporta agresivamente (esto es, produce la cantidad tal que p = c), entonces el nuevo entrante paga el costo fijo pero no es capaz de producir una cantidad positiva ya que la firma i sirve a todo el mercado a p=0. Por lo que $q_i^a = 1, q_e^a = 0, \Pi_i^a = 0$ y $\Pi_e^a = -\frac{1}{10}$.

(b) Describa el juego representado en su forma extensiva (dibuje el árbol).

Es posible representar el juego mediante subjuegos de 2 etapas de la siguiente forma:



(c) Es la amenaza del monopolista de comportarse agresivamente creible? Responda encontrando el EPS del juego.

Para evaluar la credibilidad del comportamiento agresivo, nos apoyaremos en la noción del EPS. Este es el equilibrio de Nash del juego dinámico en donde las estrategias de equilibrio de los jugadores son óptimas en cada subjuego ya que en cada subjuego los jugadores están maximizando su pago. En orden de encontrar el EPS, utilizamos inducción reversa para analizar el último subjuego, resolviendo por las mejores elecciones y yendo hacia atrás.

Partiendo del nodo I_1 (esto es, que estamos asumiendo que en la primera etapa la nueva firma entra al mercado), el incumbente prefiere de forma estricta ser pasivo a agresivo. De hecho, el pago para el incumbente es $\frac{1}{9}$ en el primer caso y 0 en el otro. En el nodo I_2 no hay elección para la firma e e i simplemente se comporta como monopolista dada la decisión de no entrar de la firma nueva.

Dadas estas soluciones, en la primera etapa el nuevo entrante tiene que escoger si entrar al mercado. Si no entra, entonces su pago es 0, mientras que si entra obtiene utilidades de Cournot. El nuevo entrante eligirá entrar porque anticipa que el incumbente será pasivo debido a que la amenaza de comportamiento agresivo es no creible (i.e., no es del interés del incumbente cuando tiene que tomar la decisión).

(d) Describa el juego dinámico usando la representación de la forma normal del juego (matriz de pago) y encuentre los equilibrios de Nash.

Para utilizar la forma normal para encontrar los equilibrios de Nash del juego en forma extensiva es necesario especificar las estrategias de las 2 firmas. Recordemos que en un juego dinámico una estrategia para un jugador es un conjunto de instrucciiones identificando que decisión tomar para cada nodo relevante.

La matriz de pago corresponde a:

		Incumbent	
		aggressive, do nothing	passive, do nothing
Entrant	enter	$-\frac{1}{10}, 0$	$\frac{1}{90}, \frac{1}{9}$
	stay out	$\underline{0}, \underline{\frac{1}{4}}$	$0, \underline{\frac{1}{4}}$

Es directo ver que hay 2 equilibrios de Nash:
EN = [(stay out, agresive, do nothing), (enter, pasive, do nothing)].
El primero es no creíble debido a la razón presentada en el punto anterior.

Asuma que el incumbente es monopolista en 10 mercados diferentes, y enfrenta la amenaza de entrada en todos los mercados secuencialmente (esto es, en la etapa 1 del juego el monopolista juega el juego con un potencial entrante en el mercado 1; en la etapa 2 el mismo juego es jugado con otro potencial entrante en el mercado 2, etc.).

(e) Encuentre el EPS del juego.

El único EPS del juego consiste en la repetición del EPS de cada una de las 10 etapas del juego anteriormente descrito. Esto es porque el juego es finito y en la última etapa el incumbente no tiene ninguna razón para acomodar la entrada porque no habrá repercusiones posteriores y el pago de comportarse pasivamente es mayor que el de ser agresivo. En la etapa 9, la única razón para comportarse agresivamente es amenazar a la mueva firma en la etapa 10. Pero sabiendo que la entrada será acomodada de todas maneras, entonces no es una estrategia útil (ni creible) para el incumbente. Entonces, el incumbente será pasivo en la etapa 9 también. El mismo razonamiento puede ser aplicado para todas las etapas previas en orden de obtener el EPS del juego repetido completo.

(f) ¿Hay espacio para construir una reputación? Explique.

No es posbile para el incumbente construir una reputación agresiva debido a que pelar no es una opción creible después de entrar en cualquier etapa del juego repetido. Esto es debido a que el juego es finito y no existe razón para construir una reputación de juador duro en un juego finito con información completa. Esta solo tiene sentido si no hay un fin cierto del juego (que el juego tenga un número infinito de etapas), en la cual puede ser posible y útil para el incumbente construir una reputación de jugador duro.

P2. Considere un juego de Stackelberg entre dos firmas, 1 y 2. La firma 1 decide $q_1 \geq 0$ primero, y luego la firma 2, observando q_1, decide q_2. La demanda inversa esta dada por $P(q_1 + q_2) = \max\{a - (q_1 + q_2), 0\}$ con $a > 0$. Las firmas no tienen costos.

(a) Muestre que el juego tiene un continuo de EN.

Es directo ver que existe un continuo de EN cuando $q_1, q_2 > a$. Lo cual es factible gracias a las condiciones del problema (c = 0).

Por otro lado, existe un continuo de EN cuando el jugador 2 amenaza con "innundar el mercado" llevando el precio a 0 cuando el jugador 1 no juega una cantidad q' (de Cournot, por ejemplo). En este sentido, con argumento análogo a P1, es una amenaza no creíble, ya que jugar BR_2 tal que el jugador juega $q_1 \neq q_1^C$

(b) Encuentre el EPS.

Para encontrar el EPS, trabajamos por inducción reversa. Supongamos que la firma 1 ha escogido cierta cantidad q_1. Luego, la mejor respuesta de la firma 2 se obtiene mediante:

$$\underset{q_2}{max}\ q_2(a - q_1 - q_2)$$

Obtenemos la condición de primer orden:

$$\text{CPO} \Rightarrow 0 = a - q_1 - 2q_2$$

Luego, la mejor respuesta de 2 está dada por:

$$q_2^*(q_1) = max\left\{0, \frac{a - q_1}{2}\right\}$$

Ahora, consideramos el problema que enfrenta la firma 1, sabiendo que si escoge q_1 la firma 2 responderá con una cantidad $q_2^*(q_1)$. Firma 1 resuelve:

$$\underset{q_1}{max}\ q_1(a - q_1 - q_2^*(q_1))$$

$$\underset{q_1}{max}\ q_1(\tfrac{a}{2} - \tfrac{q_1}{2})$$

Obtenemos la condición de primer orden:

$$\text{CPO} \Rightarrow 0 = \tfrac{a}{2} - q_1$$

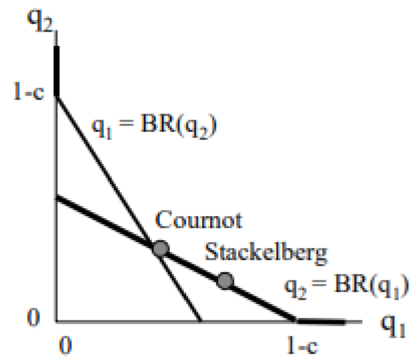
Resolviendo obtenemos:

$$q_1 = \frac{a}{2} \qquad y \qquad q_2 = \frac{a}{4}$$

Finalmente, la cantidad total es $\frac{3a}{4}$ y el precio es $p^S = \frac{a}{4}$.
$\Pi_1 = \frac{a^2}{8}$ y $\Pi_2 = \frac{a^2}{16}$.

(c) Muestre que en este juego el que mueve primero siempre está mejor que en la solución de Cournot.

En la competencia de Cournot, ambas firmas fijarian cantidades idénticas iguales a $\frac{a}{3}$, obteniendo un precio $p^C = \frac{a}{3}$ y una utilidad $\frac{a^2}{9}$. Gráficamente, con a = 1:



Por lo que el jugador que mueve primero siempre estará mejor que una competencia de Cournot.

P3. Consideramos el juego de negociación de Rubinstein. En este juego, dos jugadores negocian cómo dividirse \$ 1 y hacen ofertas como sigue. En cada ronda de negociación t, un jugador i $\in \{1, 2\}$ es seleccionado para hacer una repartición (x, 1 - x), con x $\in$ [0, 1]. Una vez que el oferente hace la oferta (x, 1 - x), el otro jugador decide aceptar (A) o rechazar (R). Si la decisión es aceptar el juego se termina. Si la decisión es rechazar, el juego se mueve a una nueva ronda de negociación t + 1. Si después de $T* \geq 1$ rondas de negociación no ha habido acuerdo, entonces el juego se termina. Si el juego se termina en la ronda T $\leq$ T* , con una propuesta $(x_T, 1 - x_T\ )$, entonces el pago del jugador 1 es $\delta^{T-1}x_T$, mientras que el pago del jugador 2 es $\delta^{T-1}(1 - x_T)$. Si se llega a la ronda T* y en esa ronda no hay acuerdo, entonces los jugadores tienen pago 0. En el tiempo 1, el jugador 1 es el que propone y el jugador 2 debe decidir si aceptar o no, así, se van turnando alternadamente.

(a) Encuentre un EPS con T*= 1.

Notemos que, cuando T*=1, el jugador 1 propondrá una oferta y el jugador 2 deberá decidir si aceptar o rechazar, sin posibilidad de poder hacer una contraoferta. Por esta razón, el jugador 1 puede extraer toda la renta de 2 ofreciendo una repartición (1, 0).

(b) Encuentre un EPS con T* = 2.

Resolvemos por inducción reversa. En el tiempo 2, el jugador 2 podrá hacer una oferta del tipo "tómalo o déjalo". Dado que el juego está por acabar, el jugador 1 es indiferente entre aceptar o no la oferta, ya que obtiene pago 0.

Luego en T=1, el jugador 2 puede anticipar que si rechaza la oferta puede obtener todo el pago descontado, equivalente a δ. Por lo tanto, para que la oferta del jugador 1 sea aceptada, tiene que ofrecer al jugador al menos δ. Sigue que el jugador uno ofrecerá una repartición (1 - δ, δ).

Por lo tanto, en el juego de negociación secuencial, el único EPS incolucra una repartición inmediata de (1-δ, δ).

(c) Encuentre todos los EPS.

De forma general, es posible resolver un juego de negociación de T periodos mediante inducción reversa para obtener un único EPS. Suponga ahora que el jugador 1 hace una oferta en T=t. La decisión de aceptar o no del jugador 2 dependerá de sus creencias acerca de que es lo que obtendrá si es que rechaza. Al mismo tiempo, esto depende de que tipo de oferta el jugador 1 aceptaría en el siguiente periodo, así sucesivamente.

El único EPS en el juego de negociación secuencial será como sigue.

- En cualquier periodo que le corresponda, el jugador 1 propone una oferta de la forma (x, 1 - x) con x = (1 - δ) / (1 - δ^2). El jugador 2 acepta cualquier división que le otorgue al menos (1 - x).
- En cualuqier periodo que le corresponda, el jugador 2 propone una oferta de la forma (y, 1 - y) con y = $\delta(1-\delta)/(1-\delta^2)$. El jugador 1 acepta cualquier división que le otorgue al menos y.

A partir de esto, es posible concluir que la negociación termina inmediatamente con una división (x, 1 - x), ya que ningún jugador puede realizar una desviación rentable de su estrategia de equilbrio en un solo periodo (*one-step deviation principle*).

Para checkear esto, consideremos un periodo en donde el jugador 1 oferta. El jugador 1, no tiene una desviación que le resulte atractiva. No puede hacer una oferta aceptable que le dará más de x. Y si ofrece una suma que será rechazada, obtendrá y = δx el siguiente periodo (o δ^2 en valor presente), lo cual es peor que x. El jugador tampoco tiene incent ivos al desvio, ya que si acepta, obtendrá 1 - x. Si rechaza, obtendrá 1 - y el siguiente periodo, o en valor presente : $\delta(1-x) = \delta(1-\delta x)$.

Luego, el equilibrio es único. Sea $\underline{v_1}$, $\overline{v_1}$, denotando los pagos mínimos y máximos que el jugador 1 estaría dispuesto a aceptar, respectivamente, en cualquier EPS partiendo de la fecha en donde llega a hacer una oferta (t).

Consideremos un tiempo t + 1, en donde el jugador 2 oferta. El jugador uno ciertamente aceptará cualquier oferta mayor a $\delta\overline{v_1}$ y rechazará cualquier oferta menor a $\delta\overline{v_1}$. Por lo tanto, empezando del periodo en que el jugador 2 oferta, puede asegurar al menos 1 - $\delta\underline{v_1}$, proponiendo una oferta $(\delta\overline{v_1}, 1 - \delta\overline{v_1}$. Por otro lado, el jugador 2 peuede asegurar al menos 1 - $\delta\underline{v_1}$.

Ahora consideramos el periodo en donde el jugador uno oferta (t). Para que el jugador 2 acepte, debe ofrecer al menos $\delta(1 - \delta\overline{v_1})$ para lograr un acuerdo, anteponiendose a lo que el jugador 2 le puede ofrecer en t + 1. Por lo tanto,

$$\overline{v_1} \leq 1 - \delta(1 - \delta\overline{v_1}). \tag{1}$$

Por otro lado, como dijimos que el jugador 2 puede asegurar al menos $1 - \delta\underline{v_1}$ en t + 1, entonces en t, el jugador 2 ciertamente aceptará una oferta del jugador 1 mayor a $\delta(1 - \delta\underline{v_1})$. Por lo tanto:

$$v_1 \geq 1 - \delta(1 - \delta\underline{v_1}). \tag{2}$$

Despejando (1) y (2) en función de 1 y acotando, tenemos que:

$$\underline{v_1} \geq \frac{1 - \delta}{1 - \delta^2} \geq \overline{v_1}. \tag{3}$$

Dado que $\overline{v_1} \geq \underline{v_1}$ por definición, entonces (3) se cumple con igualdad. Por lo tanto, sabemos que en cualquier Equilibrio Perfecto en Subjuegos, el jugador uno recibe $v_1 = (1 - \delta)/(1 - \delta^2)$. Bajo el mismo argumento para el jugador 2, podemos afirmar que las estrategias anteriormente expuestas constituyen el único EPS del juego.