IN701 Microeconomía I — Profesor: Juan Escobar

Otoño 2020 — Auxiliares: Leonel Huerta, Javier Moreno, Rafael Tiara

Tarea 5

Entrega: 12 de mayo

1. Encuentre *todos* (pero todos!) los ENEM de los siguientes juegos.

   a. Batalla de los sexos:

	S	O
S	$1,2$	$0,0$
O	$0,0$	$2,1$

   b. Lanzamientos penales:

	D	C	I
D	$1,0$	$0,1$	$0,1$
C	$0,1$	$1,0$	0,1
I	$0,1$	$0,1$	1,0

   c. Suponga que $u > w$, $y > m$, $n > v$, $x > z$:

	S	O
S	u, v	m, n
O	w, x	y, z

2. Este es un modelo de competencia de Bertrand con consumidores leales/distraídos/inmóviles/etc. Este ejercicio muestra una salida más a la paradoja de Bertrand.

   Dos firmas $i = 1, 2$ producen un bien homogéneo a un costo por unidad constante igual a $c > 0$. Hay $M = N + 2K$ consumidores, cada uno de los cuales compra 1 unidad o nada. Cada consumidor tiene un valor de reserva igual a $v > c$ y si esta indiferente entre comprar o no comprar ($v = p$) siempre compra. N consumidores compran de la firma con el menor precio (resuelven indiferencias uniformemente). K consumidores son leales a una firma. Ellos compran de la firma a la que son leales siempre, a menos que el precio de la firma sea mayor que v. Asuma que $N, K > 0$.

   a. Muestre que el juego no tiene EN.

   b. Encuentre un ENEM simétrico en que las firmas escogen precios de acuerdo a una distribución F continua con soporte en $[a, v]$, donde $a \in]c, v[$ debe ser determinado.

   c. Discuta las propiedades del equilibrio cuando $\frac{K}{N} \to 0$ y cuando $\frac{K}{N} \to \infty$. Explique intuitivamente sus resultados.

   d. Qué mercado tiene aspectos que pueden ser modelados con consumidores como los de este problema.

3. Dos ejércitos desean conquistar una isla, cada uno escoge atacar o no atacar. Cada ejército, además, puede ser débil o fuerte con igual probabilidad (las realizaciones son independientes) y el tipo de cada ejército es información privada. Los pagos son como siguen. La isla vale M si es capturada. Un ejército captura la isla si ataca cuando su rival no ataca, o si ataca cuando es fuerte y su rival ataca pero es débil. Si los dos ejércitos atacan y tienen la misma fuerza, entonces ninguno captura la isla. Atacar tiene un costo que es s si se es fuerte y w si se es débil, con $s < w$. No hay costo de atacar si el rival no ataca. Suponga que $M \geq 2s$ y $M > w$. Usando la representación del juego en forma normal, encuentre todos los EB del juego. Verifique que el perfil de estrategias encontrado satisface la definición alternativa de EB.

4. Suponga que dos personas están interesadas en comprar un bien y cada una lo valora en v_i, $i = 1, 2$. Para cada i, v_i se distribuye uniformemente en el intervalo $[0, 1]$, independiente de v_j, $j \neq i$. Los participantes son neutrales al riesgo y cada uno conoce su valoración pero no la del otro participante. El vendedor del bien está considerando dos diferentes tipos de subastas:

   i. *Sobre cerrado segundo precio.* Cada participante ofrece $b_i \geq 0$ en un sobre cerrado. El participante con el mayor ofrecimiento gana la subasta pero paga la oferta del perdedor.

   ii. *Sobre cerrado todos pagan.* Cada participante ofrece $b_i \geq 0$ en un sobre cerrado. El participante con el mayor ofrecimiento gana la subasta pero ambos deben pagar su oferta.

   Encuentre el equilibrio Bayesiano de cada uno de los mecanismos descritos. Discuta la eficiencia de los equilibrios y compare la ganancia del vendedor con la obtenida en la subasta sobre cerrado primer precio estudiada en clases.[1] Discuta el resultado.

5. Un vendedor remata un bien a dos potenciales compradores. La valoración de los compradores por el bien es conocimiento comun e igual a $v > 0$. El licitador considera dos posibles diseños para vender el bien.

   A Licitación primer precio: Los participantes simultáneamente ofrecen sumas $b_i \geq 0$, $i = 1, 2$. El ganador es el participante con la mayor oferta, que obtiene el bien y paga su oferta; el otro participante no obtiene el bien y no paga nada.

   B Licitación todos pagan. Los participantes simultáneamente ofrecen sumas $b_i \geq 0$. El ganador es el participante con la mayor oferta, que obtiene el bien y paga su oferta. El otro participante no obtiene el bien pero sí pasa su oferta.

   En ambos formatos, el empate se resuelve lanzando una moneda equilibrada.

   a. Encuentre todos los EN de la licitación primer precio y calcule los ingresos esperados del vendedor.

[1] El problema no requiere resolver ecuaciones diferenciales. Las siguientes fórmulas pueden serle útiles: $\mathbb{E}[\max(v_1, v_2)] = \frac{2}{3}$, $\mathbb{E}[\min(v_1, v_2)] = \frac{1}{3}$, $\mathbb{E}[v_1^2] = \frac{1}{3}$.

b. Muestre que la licitación todos pagan no posee EN.

c. Encuentre un ENEM para la licitación todos pagan. Calcule el ingreso esperado del vendedor.

d. (15pts) Qué diseño le recomendaría al vendedor? Explique. Muestre que en la licitación todos pagan el vendedor recuada más dadas las ofertas, pero en la licitación primer precio las ofertas son más agresivas.

e. *Purificación de Harsanyi en licitación todos pagan* En esta parte intentamos dar una interpretación al ENEM encontrado en c para la licitación todos pagan. Para eso consideraremos el siguiente juego Bayesiano (o de información incompleta), con $\epsilon \in]0, v[$ es un parámetro. Cada participante i tiene un tipo privado t_i que determina su valoración por el bien. Dado t_i, el participante i valora el bien en $v + \epsilon t_i$. El bien se vende con el formato de licitación todos pagan, en el que ambos participantes hacen ofertas de manera simultánea. Desde la perspectiva del jugador i, t_{-i} se distribuye uniforme en $[-1, 1]$, con función de distribución $F(x) = \frac{x+1}{2}$, $x \in [-1, 1]$.

   i) (15pts) Encuentre un EB simétricos en estrategias $\sigma\colon [-1, 1] \to \mathbb{R}_+$ estrictamente crecientes y diferenciables.[2]

   ii) (15pts) Defina la probabilidad de equilibrio de que un participante haga una oferta menor o igual a $x \in [0, v]$ como

$$P_\epsilon(x) = Prob[\sigma(t_i) \leq x]$$

   Muestre que $P_\epsilon(x) \to \frac{x}{v}$. Explique cómo este resultado le permite interpretar el ENEM encontrado en c.

[2] Puede serle útil notar que para $A, B \in \mathbb{R}$, $\int_{-1}^{x} (A + Bs)ds = A(x + 1) + \frac{B}{2}(x^2 - 1)$.