IN701 Microeconomía I | Profesor: Juan Escobar

Otoño 2020 | Auxiliares: Leonel Huerta, Javier Moreno, Rafael Tiara

Control 1

Tiempo: 135min

Instrucciones: Este control se desarrollará de manera remota. El enunciado del control se ha subido a ucursos a las 14:00 del 17 de abril. Cada alumno dispone de 2 horas y 15 minutos para resolver el control y de 20 minutos para subirlo a ucursos. El alumno se compromete a cronometrar el tiempo empleado en responder el control y usar exactamente 2 horas y 15 minutos para resolverlo. El alumno debe enviar un archivo ordenado con cada una de sus respuestas antes de las 16:35 del 17 de abril.

Durante el desarrollo del control, los alumnos pueden usar todo el material de las cátedras y auxiliares, así como libros y apuntes online. Las respuestas son individuales y sólo se pueden compartir con el equipo docente. Las dudas o clarificaciones se preguntarán y responderán a la brevedad en el foro de ucursos.

1. (60pts) *Teoría del consumidor.* Un consumidor consume alimentos (x) y ropa (y). El vector de precios es $p = (1, 1)$, mientras que su ingreso es igual a $w = 2$. Suponga que las preferencias del consumidor se pueden representar a través de una función de utilidad $u : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, donde la primera componente es el consumo de alimentos y la segunda componente es el consumo de ropa. Suponemos que u es monótona.

   a. (15pts) Usando datos de una encuesta de hogares, usted sabe que el consumidor demandó una unidad del item alimentos. Cuántas unidades demandó del item ropa? Explique los supuestos que son relevantes para alcanzar su conclusión.

   b. (15pts) Suponga ahora que el precio es $\bar{p} = (3/2, 1/2)$. Qué canastas de consumo (x, y) factibles dado el precio $\bar{p} = (3/2, 1/2)$ sabemos que el consumidor no demandará. HINT: Use preferencias reveladas, monotonía, y la parte a.

   c. (15pts) Usando la canasta de la parte a. como canasta base, muestre que el cambio porcentual en el índice de precios cuando los precios pasan desde $(1, 1)$ a $(3/2, 1/2)$ es igual a 0. Es decir, calcule
   $$\Delta = \frac{\bar{p} \cdot (x, y) - p \cdot (x, y)}{p \cdot (x, y)}$$
   donde $\bar{p} = (3/2, 1/2)$, $p = (1, 1)$, y (x, y) es la canasta descrita en la parte a, y muestre que $\Delta = 0$. Provea una función de utilidad para la cual el cambio en el bienestar del consumidor es efectivamente 0, otra función de utilidad para la cual el cambio en el bienestar es positivo, y otra función de utilidad para el cual el cambio en el bienestar es negativo. Explique porqué Δ es una medida imperfecta para el efecto del cambio en precios sobre el bienestar del consumidor.

   d. (15pts) Suponemos que $u(x, y) = xy$. Calcule las demandas Marshallianas y Hicksianas $x(p, w)$ y $h(p, \bar{u})$, dado $p = (p_x, p_y) \in \mathbb{R}^2_+$ y $w > 0$ y $\bar{u} \geq 0$.

2. (30pts) *Estática comparativa monótona.* Una firma usa capital $k \in \mathbb{R}_+$ y trabajo $l \in \mathbb{R}_+$ para producir $f(k, l)$ unidades de algodón. Suponemos que f es estrictamente creciente en cada componente. El precio del capital es r, el precio del trabajo es w y el precio del algodón es p. Así, las utilidades de la firma son
   $$pf(k, l) - rk - wl.$$
   Si prefiere, suponga que f es dos veces diferenciable y que el problema de la firma tiene solución única.

   a. (15pts) Muestre que la demanda por capital (es decir, el capital que la firma demanda óptimamente dados los precios) es débilmente creciente en p y débilmente decreciente en r. Explique el resultado.

   b. (15pts) Es posible que la demanda por trabajo baje cuando sube el precio del capital r? Explique.

3. (15pts) *Economía de intercambio.* Considere una economía de intercambio con dos agentes, Pedro y Juan, y dos bienes, manzanas y plátanos. Pedro posee todas las manzanas, mientras que Juan posee todas los plátanos. Así, las dotaciones iniciales son $e^P = (1,0)$ y $e^J = (0,1)$. Los dos agentes tienen una función de utilidad $u(x,y) = xy$. Calcule el equilibrio Walrasiano de la economía de intercambio.

4. (30pts) *Equilibrio general.* Un continuo de familias $i \in [0,1]$ deciden a que colegio c mandar a sus hijos y cuanto gastar en alimentos $x \in \mathbb{R}$. Cada familia tiene un solo hijo que requiere educación. Hay un continuo de colegios $c \in [0,1]$ y cada colegio puede aceptar a una sola familia. Denotamos por $p(c)$ el precio del colegio c. El colegio estará dispuesto a aceptar a una familia ssi $p(c) \geq 0$. Cuando un colegio c llena su cupo con una familia obtiene utilidades $\pi(c) = p(c)$. Los alimentos se transan en mercados internacionales de manera elástica a precio $p = 1$ (es decir, se pueden comprar todas las unidades de alimento que se quieran a precio $p = 1$). La utilidad de la familia i toma la forma

$$u^i(c,x) = ic + x$$

donde $c \in [0,1]$ es el colegio al que el hijo de la familia i atiende, y x es el consumo de alimentos. De este modo, cada familia obtiene mayor utilidad y mayor utilidad marginal si su hijo va a un colegio mayor. Las dotaciones iniciales son como siguen. La familia i es dueña del colegio $\Phi(i)$, donde $\Phi\colon [0,1] \to [0,1]$ es una función uno-a-uno. De este modo, cualquier utilidad que el colegio $\Phi(i)$ tenga es recibida por la familia i.

Además de los ingresos producto de la venta de servicios escolares, la familia i tiene ingreso laboral igual a $w > 0$, que para efectos de este modelo consideramos exógeno. Es decir, en este problema, w es un parámetro (puede serle útil, suponer $w > 1$ aunque no es necesario). Suponemos que el colegio $c = 0$ es gratuito de modo que $p(0) = 0$. De este modo, el problema de la familia i es

$$\max_{c \in [0,1], x \in \mathbb{R}} ic + x$$

sujeto a $p(c) + x \leq w + \pi(\Phi(i))$.

a. (10pts) Sea $(C(i), X(i))$ la solución óptima del problema de la familia i. Muestre que $C(i)$ es no decreciente en i. Explique por qué en este modelo la riqueza de la familia es irrelevante para la decisión de colegio de cada familia. HINT: Plantee el problema de maximización de utilidades de cada familia despejando la variable x de modeo de obtener un problema de optimización sobre c. Use el teorema de Topkis.

b. (10pts) Caracterice un equilibrio Walrasiano del modelo en el que el hijo de la familia i atiende el colegio $C(i) = i$. Note que cada colegio c define un mercado y por lo tanto en equilibrio, la oferta del colegio c debe ser igual a la demanda. Argumente que los mercados se limpian y provea la función de precios $p(c)$ de equilibrio. Es la función de precios monotóna? Cuál es la razón por la que esta propiedad se tiene? Explique. HINT: Recuerde que $\int_0^y x dx = \frac{y^2}{2}$.

c. (10pts) Nos interesa explorar la eficiencia del equilibrio encontrado.

   i. Aplican los teoremas de bienestar vistos en clases?

   ii. Plantee el problema de maximizar la suma (o integral) de las utilidades de las familias sujeto a las restricciones de factibilidad de la economía. HINT: Para las partes ii y iii puede serle más simple argumentar suponiendo que hay N familias y N colegios (en lugar de un continuo de familias y colegios), donde cada colegio tiene un cupo ($N \geq 2$ es un natural). Para plantear el problema de maximizar la suma de las utilidades, defina el dominio de su problema como el conjunto de todas las funciones $C\colon \{1,\ldots,N\} \to \{1,\ldots,N\}$ (que asigna a la familia i al colegio $C(i)$) que son uno-a-uno.

   iii. Argumente que cualquier asignación óptima para el problema descrito en ii. debe asignar al alumno i al colegio $c = i$.Es decir, la solución optima de ii es $C^*(i) = i$. HINT: Piense en como el planificador central crea más valor al asignar un recurso escaso (asientos en colegios). Argumente que si C es óptimo, entonces es no-decreciente y concluya.

   iv. Deduzca que el equilibrio Walrasiano caracterizado en b. es eficiente.