IN701 Profesor: Juan Escobar

Otoño 2020 Auxiliar: Leonel Huerta, Javier Moreno, Rafael Tiara

Tarea 3

16 de abril antes de las 4pm

1. (Opcional, del IN2201) Considere un mercado con 10 productores de melones, cada un de ellos puede producir una unidad del bien. Cada productor necesita de un trabajador para que siembre y coseche los melones. El salario (competitivo) de cada trabajador es igual a $w > 0$. Tomamos el salario como dato.

    a. Suponga que de los 10 productores, sólo 5 pueden trabajar en el campo sembrando y cosechando melones (los otros 5 tienen una edad avanzada que no les permite ni sembrar ni cosechar, pero pueden contratar un trabajador para que siembre y coseche los melones). Derive la oferta de mercado. Grafique. HINT: Piense en los costos de oportunidad.

    b. Suponga que la demanda es $D(p) = 4$, para todo $p \geq 0$. Interprete esta curva de demanda y encuentre el equilibrio competitivo. Explique cómo las elasticidades de la oferta y la demanda determinan la magnitud de los cambios después de un alza en el salario w.

2. Considere una economía de intercambio de dos bienes y dos agentes con $u^1(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \ln(c_2)$ y $u^2(c_1, c_2) = c_1 + ac_2$, con $a \in]0, 1]$. Suponga que las dotaciones iniciales totales de la economía son tales que $e_1, e_2 \in \mathbb{R}_{++}$.

    a. Encuentre el conjunto de asignaciones Pareto óptimas de la economía.

    b. Para cada asignación $x = (x^1, x^2)$ Pareto óptima de la economía, encuentre el vector de precios p tal que (p, x) es un EW de la economía de intercambio con dotaciones iniciales x^1 y x^2.

    c. Suponga que $a = 1$ y que $e_1 = e_2 = 1$. Considere la asignación Pareto óptima $x^1 = x^2 = (1/2, 1/2)$. Suponga además que los dotaciones iniciales son $e^1 = (3/4; 3/4)$ y $e^2 = (1/4; 1/4)$. Muestre que (x^1, x^2) no puede ser una asignación de equilibrio Walrasiano de la economía de intercambio $(u^i; e^i)_{i=1,2}$. Conecte esta observación con el Segundo Teorema de Bienestar? Discuta.

3. (Opcional) Considere una economía de dos bienes y dos agentes con $e^1 = e^2 = (4, 4)$, $u^1(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2)$ y $u^2(x_1, x_2) = \max(x_1, x_2)$. Muestre que no existe EW. Qué supuestos del teorema de existencia visto en clases no se tienen?

4. (Opcional) En este modelo consideramos una economía de intercambio con externalidades. Supongamos que hay 3 agentes que consumen dos bienes: el bien 1 es jardinería y el bien 2 comida. Consumir jardinería hace más agradable la visiń que uno tiene desde su patio, pero tambiejora la visión que el vecino tiene desde su propio patio. Suponemos que los agentes 1 y 2 son vecinos (de modo tal que el consumo de uno de

ellos de servicios de jardinería tiene externalidades positivas sobre el otro). El agente 3, sin embargo, vive en las montañas por lo que qué tantos recursos devote a jardinería no afecta la utilidad de 1 y 2. Las función de utilidad del agente i la escribimos u^i(recuerde que el dominio de la funcipende de i) y las dotaciones iniciales son $e^i \in R^2_{++}$.

a. Discuta cómo modelar las externalidades positivas en los consumos de los agentes 1 y 2.

b Defina un equilibrio Walrasiano para la economía $(p, (\bar{x}^i)_{i=1,2,3}) \in \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}^6_+$.

c. En lo que sigue, suponemos que el equilibrio es interior y que para todo i, u^i es una función cóncava y fuertemente monótona en x^i. Muestre que en equilibrio, para todo i

$$\frac{\frac{\partial u^i(\bar{x})}{\partial x^i_1}}{\frac{\partial u^i(\bar{x})}{\partial x^i_2}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

d. Consideremos ahora una asignación alternativa de las canastas $\bar{x}$. Fijemos $\delta > 0$ pequeño. Argumente que, en el margen, si el agente 1 consume δ unidades adicionales del bien 1 y reduce el consumo del bien 2 en $\delta p_1/p_2$, entonces se mantiene en la misma curva de indiferencia que en el EW. Análogamente, muestre que si el agente 3 reduce el consumo del bien 1 en δ unidades y aumente el consumo del bien 2 en $\delta p_1/p_2$, entonces se mantiene en la misma curva de indiferencia.

e. Argumente que la reasignación descrita en c. es una mejora de Pareto sobre $\bar{x}$. Conecte esta observación con el primer teorema de bienestar.

5. Considere un modelo de dos naciones, A y B. Hay I_A agentes en A, I_B agentes en B. $I = I_A \cup I_B$ es el conjunto de todos los agentes. La economía tiene L bienes. Cada agente tiene una dotación incial $e^i \in \mathbb{R}^L_{++}$ y una función de utilidad $u^i \colon \mathbb{R}^L \to \mathbb{R}$ que es fuertemente monótona, continua y cóncava. En esta economía no hay producción. Un equilibrio autárquico (EA) se obtiene cuando las economías están aisladas (es decir, se obtiene cuando no hay comercio entre los paises). En un equilibrio de comercio (EC) existe un solo mercado para cada uno de los bienes en el que los agentes de cada uno de los dos países participan. En ambos modelos, los mercados funcionan perfectamente y nos concentramos en el análisis de EW.

   a. Defina formalmente EA y EC.

   b. Muestre que es posible que algunos agentes esten mejor en el EA que en el EC.

   c. Es posible que la asignación de EA Pareto domine la asignación de EC?

6. Una asignación es libre de envidia si cada consumidor prefiere (débil) su propio consumo al de cualquier otro consumidor en la economía. Considere un planificador central que quiere implementar una asignación que sea Pareto eficiente y libre de envidia. Para esto, el planificador puede reasignar las dotaciones iniciales y dejar que la economía encuentre el EW. En consecuencia, lo que el planificador quiere hacer es asignar las dotaciones iniciales de manera tal que el EW resultante sea libre de envidia. Suponga que los supuestos del modelo Walrasiano de intercambio se satisfacen. Encuentre una solución al problema del planificador.

7. Considere una economía de Robinson Crusoe donde las preferencias del único consumidor pueden ser representadas por la función de utilidad

$$u(C, L) = \ln(C) + L$$

donde C es consumo y L es el tiempo dedicado al ocio (ln denota el logaritmo natural). La única firma produce el bien de consumo de acuerdo a la función de producción

$$f(z) = \sqrt{z}$$

donde z son las horas trabajadas. El consumidor tiene al vector $(0, T)$, con $T > 0$, como dotaciones iniciales de bien de consumo y tiempo respectivamente.

   a. Calcule el EW de la economía. Discuta las propiedades de eficiencia del equilibrio.

   b. Usando los teoremas de bienestar, muestre que el bienestar de equilibrio del consumidor es creciente en su dotación inicial de tiempo T.

   Suponga en lo que sigue que la única firma de la isla contamina. Así, la podrucción de y unidades de consumo por parte de la firma impone una externalidad negativa igual a $\frac{1}{2}\ln(y)$. De este modo, la utilidad del consumidor viene dada por

$$\ln(C) + L - \frac{1}{2}\ln(y).$$

   Como siempre, el consumidor toma los precios y la externalidad de la firma como dados y la firma ignora el impacto de su producción sobre la salud del consumidor.

   c. Calcule el EW de la economía.

   d. Encuentre la asignación Pareto eficiente. Encuentre el impuesto Pigouviano (es decir, por unidad vendida de consumo) que hace que el mercado alcance la solución Pareto eficiente.

8. (Propuesto) Considere una economía de Robinson Crusoe, en el que un consumidor representativoes dueño de la única firma (representativa) productora del bien de consumo. El habitante dispone de $T > 0$ horas que puede distribuir entre trabajo y ocio. La función de producción de la firma transforma h unidades de trabajo en $f(h)$ unidades de consumo donde $f(0) = 0$ y f es dos veces diferenciable con $f' > 0$ y $f'' < 0$. La firma, sin embargo, es altamente contaminante de modo que si produce y unidades de consumo emite y unidades de contaminación. El consumidor disfruta del consumo y del ocio, pero le molesta la contaminación. Su función de utilidad está dada por $u(x, l, y)$ donde x es su consumo, l es su ocio, e y es la contaminación de la firma. Suponemos además que la función u es cóncava en (x, l, y). Suponemos que $u_x, u_l, -u_y > 0$.

   La firma maximiza utilidades y el consumidor maximiza su utilidad sobre consumo y ocio dados los precios y el nivel de contaminación. Normalizamos el precio del consumo $p_c = 1$.

a. Plantee el problema de optimización de la firma y del consumidor en un EW. Obtenga las CPOs para cada problema (suponga solución interior).

b. Muestre que en cualquier resultado Pareto eficiente (suponiendo solución interior), la cantidad de horas trabajadas h^* satisface

$$f'(h^*)\Big(u_x(x^*, T-h^*, x^*) + u_y(x^*, T-h^*, x^*)\Big) = u_l(T-h^*)$$

con $x^* = f(h^*)$.

c. Es el EW Pareto eficiente? Use las partes anteriores para fundamentar su respuesta. Además, explique su respuesta gráficamente.