IN701 Microeconomía I — Profesor: Juan Escobar

Otoño 2020

Tarea 1

Entrega: 24 de Marzo a las 10am con Olga Barrera

P1. a. Muestre que si $\succcurlyeq$ es transitiva, entonces $\backsim$ es también transitiva.

b. Muestre que si $\succcurlyeq$ es transitiva, entonces $\succ$ es también transitiva.

c. Muestre que si $\succcurlyeq$ es racional, entonces $\not\succcurlyeq$ es *negativamente transitiva*: Para todo $x, y \in X$ con $x \not\succcurlyeq y$ y para todo $z \in X$, se tiene que $x \not\succcurlyeq z$ o $z \not\succcurlyeq y$ (o ambos)

P2. Sea $\succcurlyeq$ una relación de preferencia sobre X y sea $u\colon X \to \mathbb{R}$ tal que

$$x \succcurlyeq y \text{ ssi } u(x) \geq u(y)$$

a. Muestre que $\succcurlyeq$ es racional.

b. Muestre que $C(B, \succcurlyeq) = \arg\max\{u(x) \mid x \in B\}$.

c. Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función estrictamente creciente. Define $v\colon X \to \mathbb{R}$ como $v(x) = f(u(x))$. Muestre que

$$x \succcurlyeq y \text{ ssi } v(x) \geq v(y)$$

Es decir, la utilidad que representa una preferencia racional no está únicamente definida.

d. [Propuesto] Suponga que u y v representan $\succsim$. Existe f estrictamente creciente (definida sobre algún dominio) tal que $u = f \circ v$? Si su respuesta es no, demuéstrelo; si su respuesta es sí, construya tal f.

P3. a. Considere dos amigos, Larry y Moe, que desean ir de vacaciones juntos. Cada uno tiene preferencias racionales sobre el conjunto de alternativas X. Es decir, tanto las preferencias de Larry $\succcurlyeq_L$ como las de Moe $\succcurlyeq_M$ son completas y transitivas. Con tal de lograr un acuerdo sobre donde ir, ellos definen la preferencia conjunta $\succcurlyeq$ como sigue:

$$x \succcurlyeq y \text{ ssi } x \succcurlyeq_L y \text{ o } x \succcurlyeq_M y.$$

(Suponemos que las preferencias $\succcurlyeq_L$ y $\succcurlyeq_M$ son conocidas por ambos.) Muestre que $\succcurlyeq$ es completa, pero no necesariamente racional.

b. Sean $x, y, z \in X$ todos distintos. Considere una regla de decisión $C\colon \mathcal{B} \to \mathcal{B}$ no vacia con $C(\{x, y\}) = \{x\}$. Suponga que $C(\{x, y, z\}) = \{y\}$. Muestre que no existe una relación de preferencias racional $\succsim$ tal que $C(\cdot) = C(\cdot; \succcurlyeq)$.

P4. Considere una economía de dos bienes, y un consumidor con preferencias racionales y fuertemente monótonas. Suponemos que el consumidor tiene una riqueza igual a 4 y observamos las siguientes decisiones:

- Cuando el precio es $(1, 2)$, el consumo es $(3, 1/2)$.
- Cuando el precio es $(1, 1)$, el consumo es $(1, 3)$.

Cuál de las siguientes observaciones sería consistente con el modelo de maximización de utilidad?

a. Consumo igual a $(6, 1)$ cuando el precio es $(1/2, 1)$.
b. Consumo igual a $(1, 1/2)$ cuando el precio es $(2, 2)$.
c. Consumo igual a $(2, 1)$ cuando el precio es $(1.6, 0.8)$.

Supongamos que después de obervar las dos decisiones originales, vemos que el consumidor escoge una canasta $(2, 1)$.

d. Qué podemos concluir sobre los precios que enfrenta el consumidor que escoge $(2, 1)$?

P5. [Propuesto] Sea X finito y $\succcurlyeq$ racional. Muestre que existe $u\colon X \to \mathbb{R}$ que representa $\succcurlyeq$.

P6. [Propuesto] Un problema con la teoría desarrollada en clases es que supusimos conocimiento de toda la regla de decisión $C\colon \mathcal{B} \to \mathcal{B}$. En general, si testeamos un modelo, es esperable que tengamos un subconjunto de todas las posibles decisiones. En particular, para $A \subset X$, es probable que $C(A)$ tenga más de un elemento pero que veamos sólo un elemento. Más aún, es esperable que no observemos $C(A)$ para todo $A \subset X$, sino que solo para algunos subconjuntos de X.

a. Muestre que el primer problema es virtualmente imposible de resolver. Asuma que si observamos que $x \in A$ es escogido del conjunto A, nada impide que $y \in A$ sea tan bueno como x. Pruebe que en este caso, no existe un conjunto de datos que falsifiquen nuestro modelo de decisión racional.
b. Suponemos ahora que observamos $C(A)$ para algunos, pero no todos, los subconjuntos $A \subseteq X$. Esto es, observamos la regla de decisión $C\colon \mathcal{A} \to \mathcal{B}$, donde $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}$ es el conjunto de todos los posibles conjuntos factibles ofrecidos al agente. Muestre que estos datos pueden satisfacer el Axioma de Preferencias Reveladas de Houthaker, pero ser inconsistentes con el modelo de decisión racional.
c. Supongamos que X es finito. Diremos que $C\colon \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ satisface el Axioma Generalizado de Preferencias Reveladas si para cualquier secuencia de conjuntos $A_1, \ldots, A_n$ con $x_i \in A_i$ para cada i, $x_{i+1} \in C(A_i)$ para todo $i = 1, \ldots, n-1$ y $x_1 \in C(A_n)$, se tiene que $x_i \in C(A_i)$ para cada i. En palabras, este axioma elimina ciclos de preferencias reveladas excepto ciclos de indiferencias reveladas. Suponga que existe $\succcurlyeq$ tal que para todo $A \in \mathcal{A}$, $C(A) = C(A; \succcurlyeq)$. Muestre que $C\colon \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ satisface el Axioma Generalizado de Preferencias Reveladas. Discuta la conexión entre este resultado y el ejemplo encontrado en b.