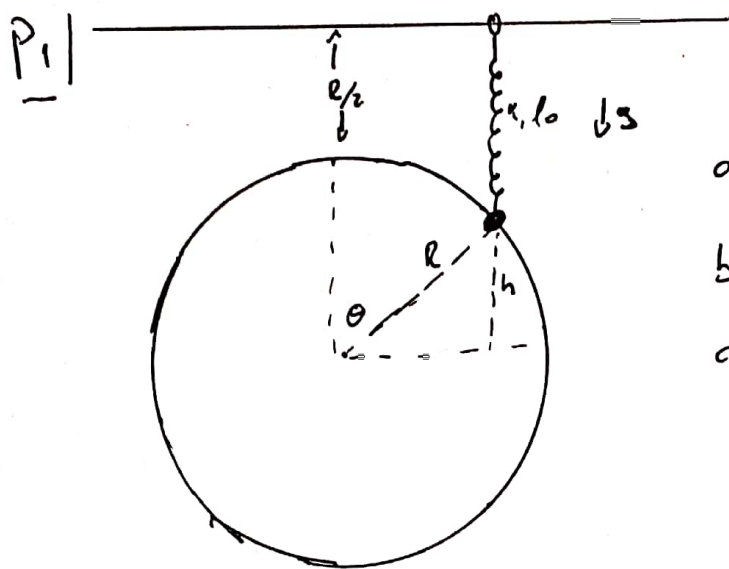




Datos: $k = \frac{mg}{R}$, $l_0 = \frac{R}{2}$

a) $U(\theta)$?

b) Equilibrios y estabildades

c) Trabajo desde $\theta = 0$ hasta el reposo

a) El potencial será la suma entre la parte elástica y la parte gravitacional.

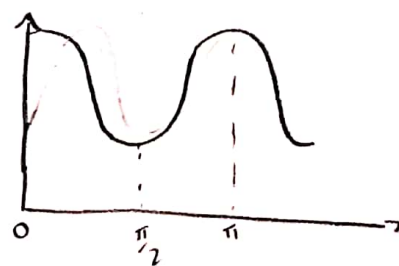
$$U_e = \frac{k}{2} \left[\left(\frac{3R}{2} - h \right) - \frac{R}{2} \right]^2 = \frac{k}{2} [R - R \cos \theta]^2 = \frac{mg}{2R} [R - R \cos \theta]^2 = \frac{mgR}{2} (1 - \cos \theta)^2$$

$$U_g = mgh = mgR \cos \theta$$

$$\Rightarrow U(\theta) = U_e + U_g = \frac{mgR}{2} (1 - \cos \theta)^2 + mgR \cos \theta$$

$$= \frac{mgR}{2} [1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta + 2\cos \theta]$$

$$\Rightarrow U(\theta) = \frac{mgR}{2} [1 + \cos^2 \theta]$$



b) Derivamos para ver los equilibrios:

$$U' = \frac{mgR}{2} \cdot 2 \cos \theta \cdot (-\sin \theta) = -mgR \cos \theta \sin \theta$$

$$U' = 0 \Rightarrow \theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$

• Sacamos la segunda derivada para ver su estabilidad

$$U'' = -mgR [-\sin^2\theta + \cos^2\theta]$$

$$= -mgR \cos(2\theta)$$

$$\Rightarrow U''(0), U''(\pi), U''(2\pi) < 0 \quad \Rightarrow \theta = 0, \pi, 2\pi \text{ eq. inestables}$$

$$\Rightarrow U''(\frac{\pi}{2}), U''(\frac{3\pi}{2}) > 0 \quad \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ eq. estables.}$$

c) Si parte en $\theta=0$, debe frenar en $\theta=\pi$. Como parte del reposo y termina en reposo, como no hay roce

$$\Rightarrow \boxed{\Delta W = 0}$$