

Guía 1

Auxiliares: Cristóbal Zenteno, Miguel Letelier

P1 Un motociclista se acerca a una intersección con su semáforo en luz verde, con rapidez v_0 y justo la luz cambia a amarillo.

- Si su tiempo de reacción es τ , y una vez que reacciona decide detenerse por lo que aprieta el freno al fondo. Si la máxima desaceleración que produce el freno es a , ¿Cuál es la mínima distancia s_{min} a la intersección en el momento en que la luz cambia a amarillo para la cual alcanza a detener la motocicleta?
- Si la luz amarilla se mantiene por un tiempo t antes de cambiar a rojo, ¿Cuál es la máxima distancia s_{max} a la intersección en el momento que la luz cambia a amarillo, de tal forma que pueda continuar a la intersección con velocidad v_0 sin pasar en rojo?
- Muestre que si la rapidez inicial v_0 es mayor que:

$$v_{0max} = 2a(t - \tau)$$

hay un rango de distancias a la intersección tal que no alcanza a detenerse a tiempo ni a pasar sin rojo.

- Estime razonablemente τ , t y a , y calcule v_{0max} en kilómetros por hora. Si, $v_0 = \frac{2}{3}$, calcule s_{min} y s_{max}

P2 Una barra rígida de largo d se mueve apoyada entre dos paredes rígidas, que forman un ángulo recto entre ellas. Si el ángulo θ es una función arbitraria del tiempo $\phi = \phi(t)$,

- Determine el vector posición, velocidad y aceleración del punto medio de la barra.
- El radio de curvatura de una trayectoria se calcula como $\rho = v^3 / |\vec{v} \times \vec{a}|$. Calcule el radio de curvatura de esta trayectoria. Interprete el resultado y dibuje la trayectoria.

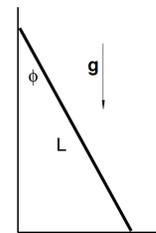


Figura 1

- Suponga ahora que el apoyo inferior de la barra se mueve con rapidez constante. Encuentre la función $\theta(t)$ que da lugar a ese movimiento.

P3 Un punto P se ubica en el borde de una rueda de radio ρ que esta girando en el suelo en dirección x . Su posición se puede describir de la siguiente forma:

$$\vec{r} = (\rho \sin(\omega t)\hat{x} + \rho \cos(\omega t)\hat{y}) + (\rho \omega t \hat{x} + \rho \hat{y})$$

- Encontrar una expresión para la velocidad del punto P
- ¿Hay algún instante donde la velocidad sea 0? ¿En qué parte de la rueda estaría el punto P en ese instante? ¿Esto tiene sentido?

P4 Una abejita sale de su panal y vuela por un camino en espiral. Su posición en un tiempo t está dado por las siguientes expresiones en coordenadas polares.

$$r = be^{kt} \quad \theta = ct$$

Donde b , c y k son constantes conocidas.

- Encontrar la velocidad y aceleración de la abejita. ¿Es su velocidad perpendicular a su aceleración?
- Mostrar que el ángulo entre la velocidad y aceleración de la abeja se mantiene constante mientras se mueve.

P5 **Pregunta Numérica** Tenemos una partícula que se mueve bajo una trayectoria que sigue las siguientes ecuaciones (en coordenadas polares):

$$r(\theta) = \frac{A}{1 + m \cos(\theta)} \quad \vec{r} \times \vec{v} = b\hat{z}$$

Donde A , b y m son parámetros que a priori son constantes conectadas entre sí pero pueden ser variados para entender mejor el problema, notar que el movimiento es en un plano. Trabajar las siguientes preguntas.

- Graficar la trayectoria que sigue la partícula si el parámetro m es $(0, -0,5, 1, 1,5)$ (pueden modificar el valor numérico de A para obtener buenos gráficos, ya que su función es únicamente de escalar el movimiento)
- Encontrar los vectores velocidad y aceleración en función de los parámetros A , b y m .
- Graficar el módulo de la velocidad en el dominio para θ entre $(0, 2\pi)$ para los mismo regímenes del parámetro m de la parte a) (Recordar nuevamente que se pueden variar los parámetros A y b para obtener buenos gráficos).

P6 Un anillo se halla en un aro sin roce de radio R que rota alrededor de su diámetro vertical (ver figura) con velocidad angular constante ω . ¿Cuál debe ser la frecuencia ω para que el anillo se mantenga en la misma posición (respecto al aro) en un ángulo θ respecto de la vertical?

Extra: Existe un valor especial para ω , ¿Cuál es? ¿Por qué es especial?

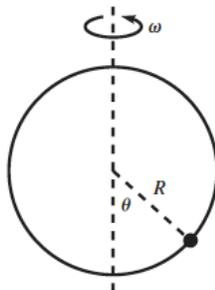


Figura 2

P7 Una partícula cuelga de una cuerda sin masa de largo l . Se ha montado de tal forma que la partícula gira describiendo una circunferencia horizontal, con la cuerda manteniendo un ángulo β constante con la vertical (ver figura). ¿Cuál es la frecuencia angular ω de este movimiento?

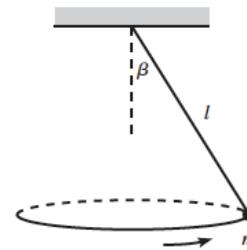


Figura 3