Auxiliar #2

Cinemática 2: Coordenadas Cilíndricas

Auxiliares: Cristóbal Zenteno y Miguel Letelier.

P1 Se tiene un punto P que se mueve con velocidad que es (en coordenadas cilíndricas):

$$\vec{v} = v_2\hat{\theta} + v_3\hat{k}$$

Donde v_2 y v_3 son constantes conocidas. También sabemos que para $t = 0$ se cumple que $\theta(0) = 0$ y $z(0) = 0$, además para un tiempo $t = \tau$ conocido se cumple que $\theta(\tau) = \omega_0\tau$. Obtener la función $\theta(t)$ y los vectores posición y aceleración para un instante t cualquiera.

P2 Se observa una partícula en movimiento con respecto a un sistema de referencia inercial (fijo). La trayectoria está dada por las siguientes funciones:

$$\rho = Ae^{k\theta} \qquad z = h\rho$$

Donde ρ, θ, y z son las respectivas coordenadas cilíndricas (con A, k, h constantes positivas). Además suponemos que la rapidez de la partícula es constante (v_0) y conocida.

a) Calcular la velocidad $\vec{v}$ de la partícula en función de θ y las constantes conocidas.

b) Encontrar la aceleración $\vec{a}$ en función de los mismos parámetros.

c) Probar que la aceleración es perpendicular a la velocidad.

d) Encontrar una expresión para $\theta(t)$.

Problema 3

Una partícula P se desliza sin roce por la guía espiral de la figura, describiendo un movimiento tal que $\dot{\phi} = \omega$, donde ω es una constante conocida. Las características geométricas de la espiral son las siguientes:

- Espiral cónica tal que $\frac{dz}{d\rho} = 1$.
- Paso constante, tal que $\frac{dz}{d\phi} = L$

Inicialmente P se encuentra en la posición $\phi = 0$ y $z = 2L$. Se pide determinar en función de ϕ:

a) Vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas cilíndricas.

b) Magnitud de la velocidad y aceleración.

c) Una expresión para el vector tangente.

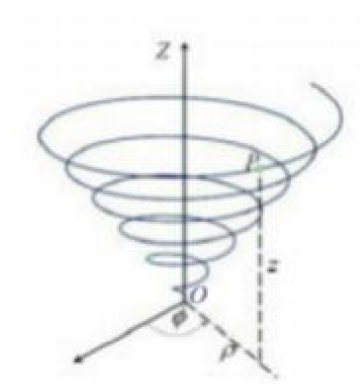

Figura 1: Problema 3