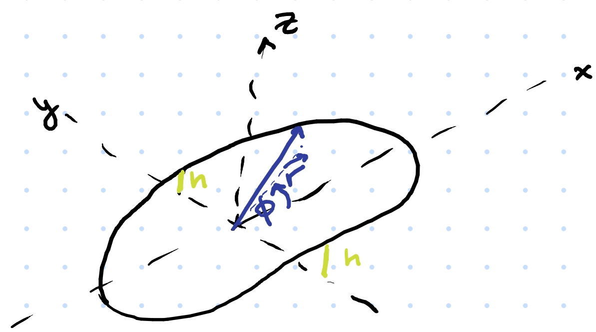
Auxiliar 1

P1



$$z = \frac{h}{2}(1-\cos 2\phi)$$

Para encontrar $\vec{v}$ escribimos primero el vector posición en los carros.

$$\vec{r} = r\hat{r} + z\hat{z}$$

Luego derivamos

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\hat{r}} + \dot{z}\hat{z}$$
$$= \dot{r}\hat{r} + r\dot{\phi}\hat{\phi} + \dot{z}\hat{z}$$

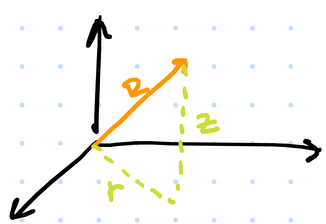
conocemos $\dot{\phi} = \omega$ cte

$$\Rightarrow \dot{\vec{r}} = \vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\omega\hat{\phi} + \dot{z}\hat{z}$$

Podemos derivar z:

$$\dot{z} = \frac{d}{dt}\left(\frac{h}{2}(1-\cos 2\phi)\right) = \frac{h}{2}\sin 2\phi \cdot 2\dot{\phi} = h\sin 2\phi \cdot \dot{\phi}$$

Ahora nos falta r y $\dot{r}$. Notemos que lo que es cte es el largo de los brazos que sujetan los carros:



$$\Rightarrow R^2 = r^2 + z^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - z^2} \quad / \frac{d}{dt}$$

$$\Rightarrow \dot{r} = \frac{1}{\sqrt{R^2 - z^2}} \cdot -2z\dot{z}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

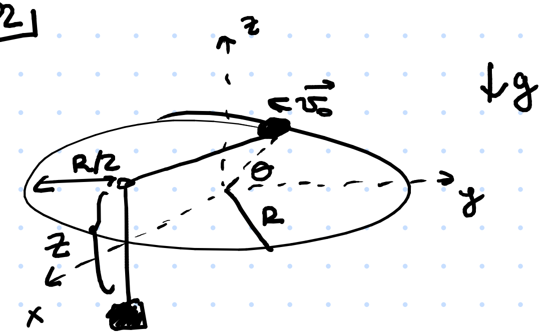
$$= \frac{\omega h^2 (1-\cos 2\phi)\sin 2\phi}{\sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}(1-\cos 2\phi)^2}}$$

$$= \frac{2\omega h^2 \sin^2\phi \sin 2\phi}{\sqrt{R^2 - h^2 \sin^4\phi}}$$

Luego reemplazamos en $\vec{v}$:

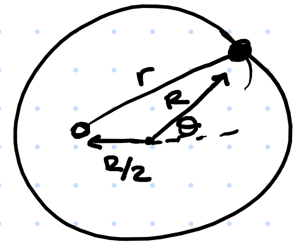
$$\vec{v} = \frac{2\omega h^2 \sin^2(\omega t)\sin(2\omega t)}{\sqrt{R^2 - h^2\sin^4(\omega t)}}\hat{r} + \sqrt{R^2 - h^2\sin^4(\omega t)}\,\hat{\phi} + h\sin(2\omega t)\,\omega$$

P2



a) La forma que tenemos de relacionar el bloque con la partícula es la cuerda (que tiene un largo fijo, cte.)

$$L = r + z$$



Visto desde arriba

Usando el teorema del coseno:

$$r^2 = R^2/4 + R^2 - R^2\cos(\pi - \theta)$$
$$= R^2/4 + R^2 + R^2\cos\theta$$
$$= R^2(5/4 + \cos\theta)$$

Derivamos el largo de la cuerda:

$$L = r + z$$
$$0 = \frac{d}{dt}\sqrt{R^2(5/4 + \cos\theta)} + \dot{z}$$

$$\Rightarrow \dot{z} = \frac{+R^2 \sin\theta \, \dot{\theta}}{2\sqrt{R^2(5/4 + \cos\theta)}}$$

La velocidad de la partícula es $\vec{v} = v_0 \hat{\theta}$ y una vel. general en cilíndricas se escribe $\vec{v} = \cancel{\dot{r}\hat{r}} + R\dot{\theta}\hat{\theta}$

$$\Rightarrow \|\vec{v}\| = R\dot{\theta} = v_0 \Rightarrow \dot{\theta} = v_0/R$$

Reemplazamos en $\dot{z}$

$$\Rightarrow \dot{z} = \frac{\cancel{R} v_0 \sin\theta}{2R\sqrt{5/4 + \cos\theta}} = \frac{v_0 \sin\theta}{\sqrt{5 + 4\cos\theta}}$$

si nos piden la rapidez notemos que para el caso del blo e $\dot{z} = \|\vec{v}\|$

b) Matemáticamente si quiero encontrar el máx de una ción, la derivamos y luego igualamos a cero

$$\frac{d\dot{z}}{d\theta} = 0 = \frac{v_0 \cos\theta}{\sqrt{5 + 4\cos\theta}} + \frac{2v_0 \sin^2\theta}{\sqrt{5 + 4\cos\theta}^{\,3}}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{v_0 \cos\theta}{\sqrt{5+4\cos\theta}} + \frac{2v_0 \sin^2\theta}{\sqrt{5+4\cos\theta}^3}$$

$$0 = \cancel{v_0}\cos\theta\,(5+4\cos\theta) + 2\cancel{v_0}\sin^2\theta$$

$$= 5\cos\theta + 4\cos^2\theta + 2\sin^2\theta \quad (*)$$

$$= 2\cos^2\theta + 5\cos\theta + 2$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{4}$$

$$= -\frac{5}{4} \pm \frac{3}{4} \Rightarrow \cos\theta = \frac{-1}{2}$$

también necesitamos el valor de $\sin\theta$, de la ec. $(*)$

$$\sin^2\theta = \pm\sqrt{\frac{\cos\theta}{2}(4\cos\theta + 5)}$$

Reemplazamos en la velocidad:

$$\Rightarrow \vec{v}_{max} = \vec{v}(\theta^*) = \frac{\pm\sqrt{\frac{-\cos\theta}{2}\cancel{(4\cos\theta+5)}}}{\cancel{\sqrt{5+4\cos\theta}}}\, v_0$$

$$= \pm\sqrt{\frac{\cos\theta}{2}}\, v_0 = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}\, v_0 = \pm\frac{v_0}{2}$$

c) La aceleración del bloque está dada por $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{z}\,\hat{z}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \ddot{z}\hat{z} = \frac{v_0 \cos\theta\ \dot{\theta}}{\sqrt{5+4\cos\theta}} + \frac{v_0\dot{\theta}\sin^2\theta}{\sqrt{5+4\cos\theta}^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}\big|_{\theta=0} = \frac{v_0^2/R}{3}}$$