

FI2001-5 Mecánica

Profesor: Gonzalo Palma

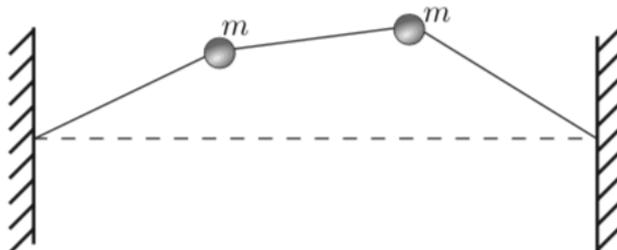
Auxiliares: Bernardita Ried, César Gallegos, Rocío González



Auxiliar 16

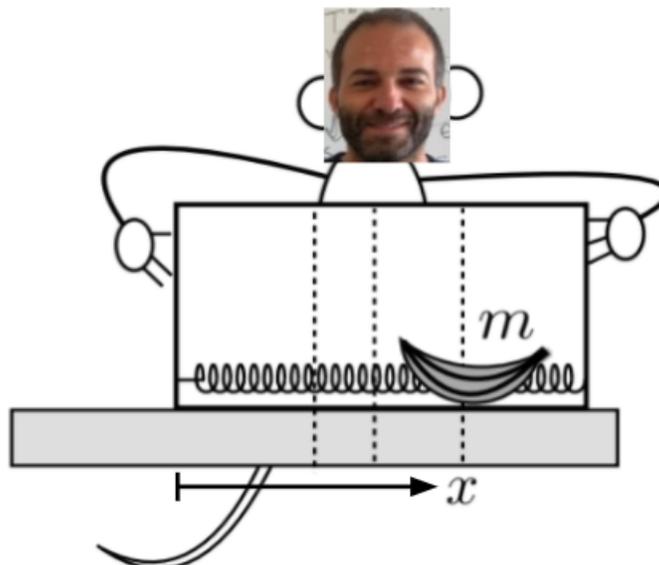
19 de junio de 2020

P1.- Una cuerda de largo $3a$ y de masa despreciable tiene adosadas dos masas iguales m una en la posición a y la otra en $2a$ a partir de la pared (ver figura). No hay gravedad. Suponga que la componente horizontal de la tensión de la cuerda, τ es constante, y que sólo hay desplazamientos transversales, es decir, sólo hay movimiento en el eje vertical del dibujo, y las posiciones horizontales permanecen constantes.



- Escriba las ecuaciones de movimiento aproximadas para las dos masas.
- Calcule las frecuencias propias de oscilación.
- Determine los modos normales y descríbalos cualitativamente.

P2.- Una caja de ancho $2a$ contiene en su interior un plátano de masa m que puede deslizar sin roce. El plátano permanece unido a las paredes de la caja mediante dos resortes idénticos de largo natural a y constante elástica k . La caja es sacudida por un profesor hambriento con una fuerza $F_p(t) = f_0 \sin(\Omega t)$. La distancia del plátano al extremo de la izquierda se denota x .



- Deduzca la ecuación de movimiento del plátano.
- Si en $t = 0$ una persona del equipo docente deja el plátano al medio ($x = a$) y en reposo ($\dot{x} = 0$), determine $x(t)$ para $t > 0$.
- Si el profesor agita la caja con una frecuencia $\Omega = \sqrt{2k/m}$, determine aproximadamente el tiempo T que tarda el plátano en golpear alguna de las paredes de la caja (de modo que el profesor pueda alcanzarlo).

Hints:

(1) La solución a la ecuación de movimiento $\ddot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \sin(\Omega t)$ viene dada por:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + \frac{f_0}{\omega_0^2 - \Omega^2} \sin(\Omega t)$$

(2) El siguiente límite puede ser útil para el estudio de resonancias:

$$\lim_{\beta \rightarrow \alpha} \frac{\beta \sin(\alpha t) - \alpha \sin(\beta t)}{\beta^2 - \alpha^2} = \frac{1}{2\alpha} [\sin(\alpha t) - \alpha t \cos(\alpha t)]$$