

FI2001-5 Mecánica

Profesor: Gonzalo Palma

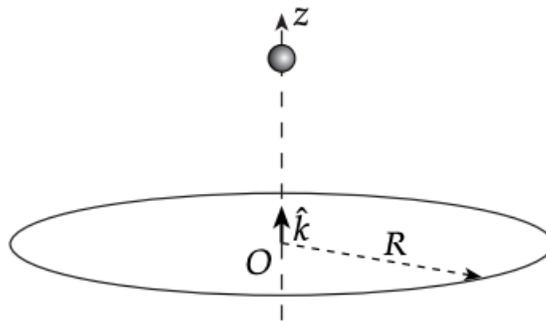
Auxiliares: Bernardita Ried, César Gallegos, Rocío González



Auxiliar 11

1 de junio de 2020

P1.- Considere un cuerpo con la forma de un anillo de radio R , cuya masa total M se encuentra uniformemente distribuida en toda su extensión. Una partícula de masa m se encuentra atrapada por la fuerza de atracción gravitacional que ejerce este cuerpo, moviéndose a lo largo de la línea recta perpendicular al plano del anillo y que pasa por su centro (ver figura). Suponga que $M \gg m$, de modo que el anillo no es afectado por la presencia de la masa pequeña m .



a) Mostrar que la fuerza de atracción sobre la partícula tiene la expresión:

$$\vec{F}(z) = -\frac{GMmz}{(z^2 + R^2)^{3/2}}\hat{k},$$

donde la coordenada z y \hat{k} se indican en la figura.

- b) Si la partícula está inicialmente en reposo en $z = R$, calcule su velocidad cuando cruza el plano del anillo ($z = 0$).
- c) Suponga que además de la fuerza de gravitación existe una fuerza no conservativa

$$\vec{F}_{nc} = -\epsilon F_{nc}(z)\hat{k},$$

donde $F_{nc}(z) > 0$ y ϵ es el signo de \dot{z} . Esta fuerza se opone entonces al movimiento de la masa m . Dada la misma condición inicial que en la parte (b), determine la función $F_{nc}(z)$ de modo que la masa m llega al plano del anillo ($z = 0$) con velocidad nula.

Indicación: Para la parte a), calcule la componente de la fuerza de atracción en la dirección \hat{k} generada por un elemento dM del anillo, y luego integre sobre el anillo para conocer la fuerza total de atracción.