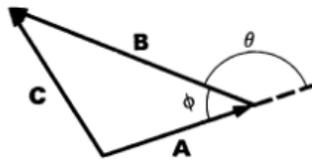


Auxiliar 1 - Vectores y Geometría (y un poquito de cinemática)

Profesor: Francisco Brieva
 Auxiliares: Joaquín Medina
 Anthony Osses

P1. Demuestre las leyes del seno y del coseno utilizando geometría vectorial.



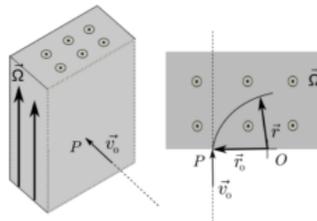
P2. Considerando α , β , c constantes, \vec{r} , \vec{v} , \vec{a} vectores posición, velocidad y aceleración respectivamente. Considerando $r^2 = \vec{r} \cdot \vec{r}$ y $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$ demuestre que:

(a) $\int [2\alpha \vec{r} \cdot \vec{v} + 2\beta \vec{v} \cdot \vec{a}] dt = \alpha r^2 + \beta v^2 + c$

P3. Una partícula que viaja en línea recta con velocidad \vec{v}_0 entra, en un instante $t = 0$ y por el punto P definido por el vector posición \vec{r}_0 , en un semiespacio (ver figura) donde experimenta una aceleración:

$$\vec{a}(t) = \vec{v}(t) \times \vec{\Omega} \quad (1)$$

en donde $\vec{v}(t)$ es la velocidad instantánea y $\vec{\Omega}$ un vector constante.



Se trata de determinar la trayectoria que sigue la partícula en el semiespacio donde sufre la aceleración. Para tal efecto, sugerimos:

(a) Estudiar si el movimiento es plano o tridimensional.

- (b) Demostrar que la rapidez de la partícula es constante durante el movimiento
 - (c) Calcular la proyección de la velocidad sobre el vector posición. En particular, analizar si es posible la elección de un origen O con respecto al punto P (magnitud \vec{r}_0) para que la proyección siempre sea nula durante el movimiento.
 - (d) Calcular la velocidad angular con respecto al punto O . Interprete sus resultados y comente sobre la trayectoria seguida por la partícula.
- P4.** Una partícula se mueve en el espacio con aceleración \vec{a}_0 constante. La posición inicial de la partícula es $\vec{r}(t = 0) = \vec{r}_0$ y su velocidad inicial es $\vec{v}_0 = \vec{v}_0$.
- (a) Si $\vec{r}_0 = 0$ y \vec{v}_0 es ortogonal a \vec{a}_0 , demuestre que la trayectoria de la partícula es parabólica.
 - (b) Demuestre que la trayectoria es parabólica para el caso general.
 - (c) ¿Cómo es la trayectoria si \vec{v}_0 y \vec{a}_0 son paralelos? ¿Y si $\vec{v}_0 = 0$?