

Pauta Auxiliar #13

• Resumen:

→ momentum lineal: también llamada "cantidad de movimiento".

Se define esta cantidad como:

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad \longrightarrow \quad \text{notar que es un vector!}$$

→ si no actúan fuerzas externas sobre un sistema, entonces esta cantidad se conservará en el sistema. → se puede conservar por ejes. (ver P2)

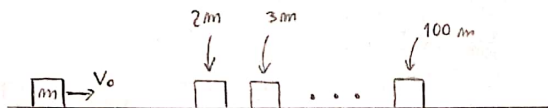
→ Choques: interacción de cuerpos en donde se intercambia momentum

Hay 3 tipos:

- elástico: el momento y la energía cinética se conservan

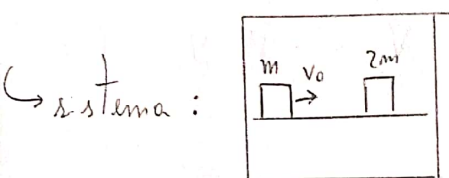
- inelástico: el momento se conserva, no así la energía cinética.
se producen deformaciones / calor.

- perfectamente inelástico: choque inelástico en donde los cuerpos que chocan quedan unidos viajando a la misma velocidad.



→ choques elásticos $\Rightarrow \left. \begin{matrix} \vec{P} \\ K \end{matrix} \right\}$ se conservan

a) ¿v de 2m tras 1º impacto?



intuición: el bloque de 2m se moverá a la derecha, ¿y el bloque m: izquierda o derecha?.

Como el bloque de masa m posee menos masa y considerando que el choque es elástico, debería devolverse (irse a la izquierda).

Pero asumamos que no es así y que las ecuaciones "hablen":

→ dado que no actúan fuerzas externas el momentum se conserva:

• $P_{inicial} = m \cdot v_0$ y $P_{final} = m v_1 + 2m v_2$ lo perdido

→ estoy asumiendo que se va a la derecha esto es con fines pedagógicos uuu

Luego: $P_i = P_f \Rightarrow m v_0 = m v_1 + 2m v_2 \Leftrightarrow v_0 = v_1 + 2v_2 \quad (1)$

→ como se produce un choque elástico, la energía cinética se conserva:

• $K_{inicial} = \frac{1}{2} m v_0^2$ y $K_{final} = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} (2m) v_2^2$

Luego: $K_i = K_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m \cdot 2 v_2^2 \Leftrightarrow v_0^2 = v_1^2 + 2 v_2^2 \quad (2)$

Elevarmos (1) al cuadrado y reemplacemos en (2):

$$\rightarrow (1): V_0 = V_1 + 2V_2 \Rightarrow V_0^2 = V_1^2 + 4V_1V_2 + 4V_2^2$$

$$\rightarrow (2): V_0^2 = V_1^2 + 2V_2^2 \Rightarrow V_1^2 + 4V_1V_2 + 4V_2^2 = V_1^2 + 2V_2^2 \Leftrightarrow V_2 = -2V_1 \quad (3)$$

nos "quite" que
tienen direcciones
opuestas

Si reemplazamos (3) en (1):

efectivamente el bloque m
se va a la izquierda

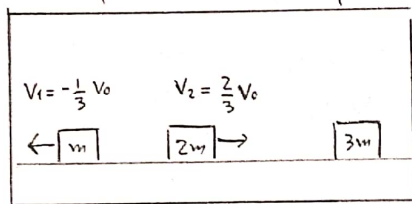
$$V_0 = V_1 + 2V_2 = V_1 - 4V_1 = -3V_1 \Rightarrow V_1 = -\frac{1}{3}V_0$$

y finalmente: $V_2 = \frac{2}{3}V_0$ hacia la derecha
que me lo pedido

* quiero que noten cómo las ecuaciones nos guiaran a la situación
correcta aun cuando desarrollamos la idea contraria! o

b) ¿v de 2m tras 2º impacto?

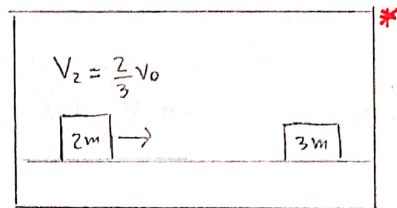
→ Queremos que noten que ahora tienen 2 opciones de sistema:



→ aquí $P_{inicial} = m v_0$

$$K_{inicial} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

o



→ aquí: $P_{inicial} = \frac{4}{3} m v_0$

$$K_{inicial} = \frac{1}{2} (2m) \left(\frac{2}{3} v_0 \right)^2 = \frac{4}{9} m v_0^2$$

* → notar que la diferencia radica en considerar el bloque de masa m o no.

ambos sistemas son válidos para calcular, pero por simplicidad escogemos el segundo. (*)

→ por experiencia de la parte (a) sabemos que post-choque el bloque de masa 3m se irá a la derecha y el bloque de masa 2m se irá a la izquierda.

Luego tenemos que: $P_f = -2m v_2 + 3m v_3$ $K_f = \frac{1}{2} (2m) v_2^2 + \frac{1}{2} (3m) v_3^2$

Por conservación de $\vec{p}$: $\frac{4}{3} m v_0 = -2m v_2 + 3m v_3 \Leftrightarrow \frac{4}{3} v_0 = -2v_2 + 3v_3$ (4)

Por conservación de K: $\frac{4}{9} m v_0^2 = \frac{1}{2} (2m) v_2^2 + \frac{1}{2} (3m) v_3^2 \Leftrightarrow \frac{8}{9} v_0^2 = 2v_2^2 + 3v_3^2$ (5)

Análogamente a la parte (a), reemplazamos $(4)^2$ en (5):

$$(4): \frac{4}{3} V_0 = -2V_2 + 3V_3 \Rightarrow \frac{16}{9} V_0^2 = 4V_2^2 + 9V_3^2 - 12V_2V_3$$

$$(5): \frac{8}{9} V_0^2 = 2V_2^2 + 3V_3^2 / \cdot 2 \Rightarrow 4V_2^2 + 9V_3^2 - 12V_2V_3 = 4V_2^2 + 6V_3^2 / : 3V_3$$

$$\Leftrightarrow V_3 = 4V_2 \quad (6)$$

Reemplazando (6) en (4):

$$\frac{4}{3} V_0 = -2V_2 + 12V_2 = 10V_2 \Rightarrow$$

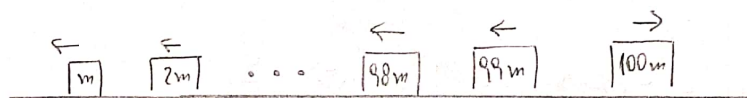
$$V_2 = \frac{4}{30} V_0$$

hacia la izquierda!

que es lo
pedido //

c) ¿cuántos caen a la izq. y a la derecha?

Por la parte (a) y (b) comprobamos que en ambos impactos el bloque de menor masa se iba a la izquierda y el de mayor masa se iba a la derecha. Luego tendríamos la siguiente situación:



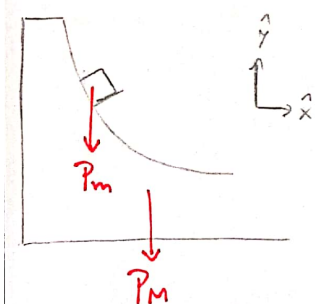
entonces caerán 99 bloques a la izquierda y 1 bloque a la derecha

P21

2) ¿v de m y de M en el tramo horizontal?

Como el sistema parte del reposo $\rightarrow P_{inicial} = 0$

Ahora, cuando la masa se desliza en la zona no-horizontal noten que está actuando una fuerza externa en los cuerpos, fuerza que corresponde al peso y que actúa solamente en la dirección $(-\hat{y})$.



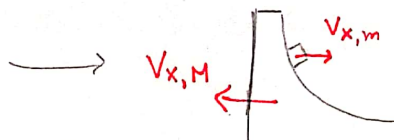
Recuerden que el momentum es un vector:

$$\vec{P} = P_x \hat{x} + P_y \hat{y}$$

como esta fuerza externa actúa en $(-\hat{y})$, el momento en el eje $\hat{y}$ NO se conserva.

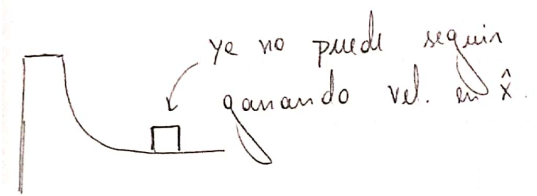
¿Actúan fzas. externas en $\hat{x}$? No, solo actúa la normal que es una fuerza interna $\Rightarrow$ el momento en el eje $\hat{x}$ SI se conserva

Luego noten que la masa, mientras cae, está ganando velocidad en $\hat{x}$ y como el momento se conserva ($\because P_i = 0$) la otra ganará velocidad en $(-\hat{x})$



Luego, cuando m llega a la parte horizontal, la caña y la masa poseen cierta velocidad.

(e mi me costaba mucho ver esto, por eso lo dejo explicado acá)



Ahora por conservación de momentum:

$$P_i = 0 \quad \wedge \quad P_f = m v_m - M v_M \quad \xrightarrow{\text{ya que va a la izq.}} P_i = P_f \Rightarrow 0 = m v_m - M v_M \Leftrightarrow m v_m = M v_M \quad (1)$$

Por conservación de energía: (no actúan fzas. disipativas) no podemos asumir que es 0, pues depende del centro de masa

$$E_i = \underbrace{(K_m^0 + U_m^0)}_{\text{masa } m} + \underbrace{(K_M^0 + U_M^0)}_{\text{caña}} = mgh + U_M$$

$$E_f = \underbrace{(K_m + U_m)}_{\text{masa } m} + \underbrace{(K_M + U_M)}_{\text{caña}} = \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} M v_M^2 + U_M$$

la misma que la inicial pues no cambia de altura

→ como se conserva: $E_i = E_f \Rightarrow mgh + U_M = \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} M v_M^2 + U_M$

$$\Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} M v_M^2 \quad (2)$$

Jugando con las ecuaciones:

de (1): $v_M = \frac{m}{M} v_m \xrightarrow{(2)} mgh = \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} M \left(\frac{m}{M} v_m \right)^2$

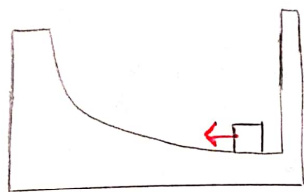
$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_m^2 \left(1 + \frac{m}{M} \right) \Leftrightarrow gh = \frac{1}{2} v_m^2 \left(\frac{M+m}{M} \right)$$

por lo que: $v_m = \sqrt{2gh \left(\frac{M}{M+m} \right)}$ $\rightarrow$ hacia la derecha //

Reemplazando en (1): $v_M = \frac{m}{M} \sqrt{2gh \left(\frac{M}{M+m} \right)}$ $\rightarrow$ hacia la izquierda //

b) ¿v de m y M post-choque?

noten que, tras el choque, tenemos la siguiente situación:



m va a chocar y se va a devolver.

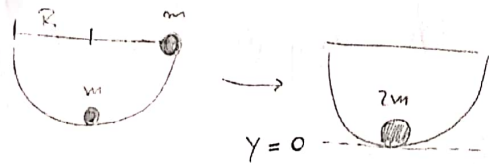
como es un choque elástico, el momento y la energía se conservan.

Como $P_i = 0$ se van a resolver las mismas ecuaciones de la parte (a) llegando a los mismos resultados PERO con direcciones distintas.

i.e.: $v_m \rightarrow$ hacia la izquierda

$v_M \rightarrow$ hacia la derecha //

P3



tras el impacto
quedan unidas

$\Rightarrow$ choque perfectamente inelástico

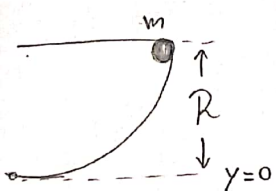
a) $\dot{h}_{\max}$ del sistema?

$\hookrightarrow$ idea: sabiendo la velocidad de las pelotitas juntas, podremos calcular $h_{\max}$ por conservación de la energía. ¿Cuál será la energía inicial a considerar?

$\hookrightarrow$ como el choque es Perfectamente Inelástico, el momento se conserva pero NO la energía cinética.

$\hookrightarrow$ notar eso sí que la energía se conserva antes del choque y otra cantidad se conservará post-choque.

Dicho esto:



Por conservación de energía, calculemos la rapidez con la cual llega la bolita:

$$E_i = mgR + \cancel{K}$$

$$E_f = mg \cdot 0 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\hookrightarrow \text{por conservación: } mgR = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v_* = \sqrt{2gR}$$

$\uparrow$ vel. de impacto!

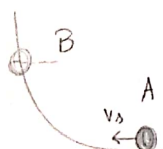
Teniendo la rapidez del impacto, calculemos la rapidez con la cual subirá la masa $2m$ (nuevo sistema).

→ Por conservación de momentum:

$$P_i = m\sqrt{2gR} \quad \text{y} \quad P_f = 2m v_s$$

$$\text{como } P_i = P_f \Rightarrow m\sqrt{2gR} = 2m v_s \Rightarrow v_s = \frac{1}{2}\sqrt{2gR} = \sqrt{gR/2}$$

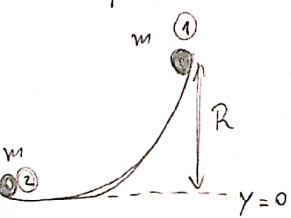
→ Tras la colisión, la energía se conserva:


$$E_A = \cancel{2mg \cdot 0} + \frac{1}{2}(2m)v_s^2 = mgR/2$$

$$E_B = \cancel{K} + (2m)g h_{\max}$$

por conservación: $E_A = E_B \Rightarrow 2mg h_{\max} = mgR/2 \Rightarrow h_{\max} = \frac{R}{4}$ lo pedido

b) Compare las energías

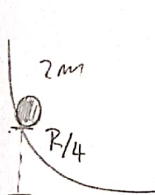


en la situación inicial la energía del sistema corresponde a:

$$U_2 = K_2 = K_1 = 0$$

$$E_i = \underbrace{(U_1 + K_1)}_{\text{masa ①}} + \underbrace{(U_2 + K_2)}_{\text{masa ②}} \quad \downarrow \quad U_1 = mgR$$

En la situación final, la energía del sistema corresponde a:



$$E_f = U + K = 2mg \frac{R}{4} = \frac{mgR}{2}$$

Luego es fácil apreciar que existe una variación de la energía:

$$\Delta E = E_f - E_i = \frac{mgR}{2} - mgR = -\frac{mgR}{2} \rightarrow \text{¿qué pasó?}$$

Esta energía se perdió debido al choque perfectamente inelástico, en donde se pierde debido a deformaciones de las masas o por generación de calor.