

P11 LÍMITES.

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{(x-2)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x-2) - 4(x-2)}{(x-2)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2-4)}{(x-2)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}^2 (x+2)}{\cancel{(x-2)}^2}$$

Producto
Notable:
Diferencia
de cuadrados

$$\lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

$$b) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(1+t)^2 - 1}{t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cancel{1} + 2t + t^2 - \cancel{1}}{t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cancel{t}(2+t)}{\cancel{t}}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} 2 + t = 2$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2+1}{x-2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(x-2) - (x^2+1)(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x^3} - 2x^2 - \cancel{x^3} + x^2 - x + 1}{(x-1)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - x + 1}{(x-1)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2} \cdot 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2} \cdot \frac{1/x^2}{1/x^2}$$

Notemos que
si multiplicamos
por 1 todo
queda igual.

Pero este
1 lo vamos
a escribir de
la forma

$$1 = \frac{1/x^2}{1/x^2}$$

=> Al multiplicar se obtiene:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} + \frac{2}{x^2}}$$

Ahora vemos que cualquier número a si lo dividimos por algo que se va a infinito queda 0.

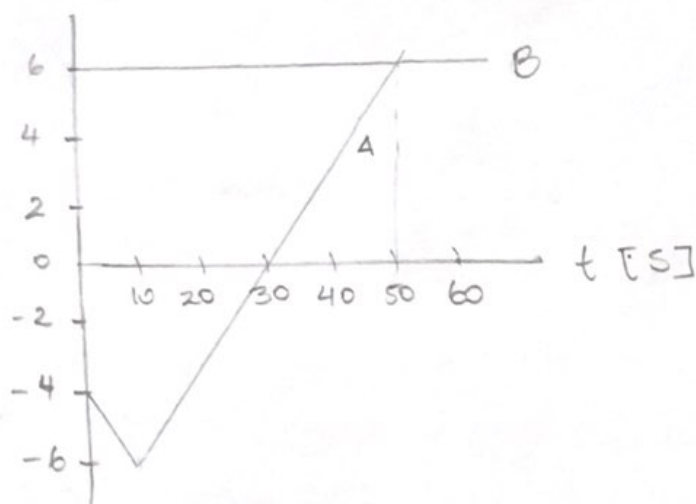
$$\frac{a}{x} \underset{x \rightarrow \infty}{=} 0$$

Por otro lado vemos que $\frac{x}{x^2}$ también se va a 0, ya que x^2 crece rápido que x .

$\frac{x}{x^2} \underset{x \rightarrow \infty}{=} 0$, para ver esto pueden reemplazar x por valores cada vez más grandes.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\begin{array}{c} \nearrow 1 \\ -\frac{x^2}{x^2} \end{array} - \begin{array}{c} \nearrow 0 \\ -\frac{x}{x^2} \end{array} + \begin{array}{c} \nearrow 0 \\ \frac{1}{x^2} \end{array}}{\begin{array}{c} \nearrow 1 \\ \frac{x^2}{x^2} \end{array} - \begin{array}{c} \nearrow 0 \\ \frac{3x}{x^2} \end{array} + \begin{array}{c} \nearrow 0 \\ \frac{2}{x^2} \end{array}} = \frac{-1}{1} = -1$$

b) $v \text{ [m/s]}$



Datos

$$x_{0a} = 25 \text{ m}$$

Cuando

$$v_a = v_b$$

$$\Rightarrow x_a = x_b.$$

Movimiento de "A"

→ De $t=0$ a $t=10$

$$\text{Distancia recorrida} \quad 4 \cdot 10 + \frac{2 \cdot 10}{2} = 50 \text{ m}$$

"Área Negativa" (Bajo eje x)

⇒ "A retrocede 50"

↳ Es igual a: "A avanza -50m"

$$x_a(t) = x_{0a} + \underbrace{v_a \cdot t}_{\text{Distancia Recorrida}}$$

$$\begin{aligned} x_a(10) &= x_{0a} + \underbrace{v_a \cdot t} \\ &= 25 + -50 \\ &= -25 \end{aligned}$$

$$\boxed{x_a(10) = -25 \text{ m}}$$

De $t = 10\text{ s}$ a $t = 30\text{ s}$

$$\text{Dist. Rec.} = \frac{6 \cdot 20}{2} = 60\text{ m.}$$

"Área Negativa" $\Rightarrow$ A retrocede 60 m

$$X_a(t=30) = X(10) + V_a(30-10)$$

$\hookrightarrow$ Esto es porque al iniciarse el segundo movimiento la partícula se encuentra en la posición de $t = 10$.

$$X_a(30) = X(10) + \frac{V_a(20)}{-25 + -60\text{ m}}$$

$$X_a(30) = -85\text{ m}$$

$\rightarrow$ De $t = 30$ a $t = 50$

$D_{\text{rec}} = 60\text{ m}$, positivos.

$$X_a(50) = -85 + D_2$$

$$X_a(50) = -85 + 60$$

$$X_a(50) = -25\text{ m.}$$

luego $X_b = X_{ob} + DR_b$

$$DR_b = 50 \cdot 6 = 300 \text{ positivos}$$

$$X_b(50) = X_{ob} + 300 \text{ m.}$$

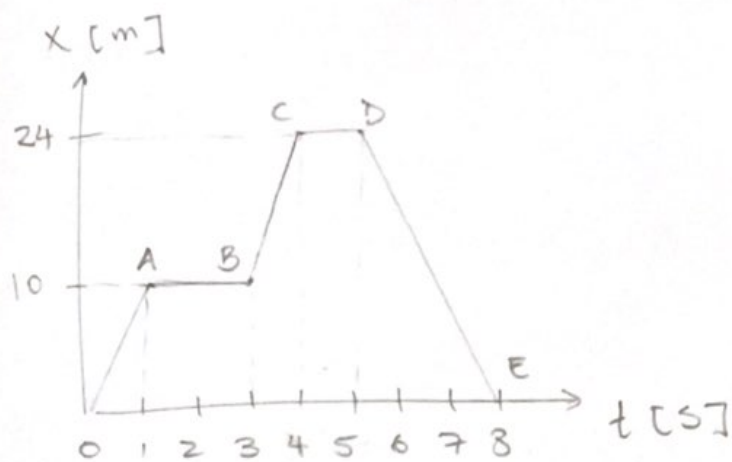
$$\rightarrow V_a = V_b \text{ a los } 50 \text{ s.}$$

$$\Rightarrow X_a(50) = X_b(50)$$

$$-25 = X_{ob} + 300$$

$$X_{ob} = -325 \text{ m.}$$

P31



$\bar{v}$:

- i) A - B
- ii) B - C
- iii) D - E

v_{inst} :

- i) 3,5 s
- ii) 2 s
- iii) 6,8 s

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

$$i) \frac{10 - 10 \text{ [m]}}{3 - 1 \text{ [s]}} = 0 \text{ [m/s]}$$

$$ii) \frac{24 - 10}{4 - 3} = 14 \text{ [m/s]}$$

$$iii) \frac{0 - 24}{8 - 5} = -8 \text{ [m/s]}$$

v_{inst} : la velocidad es cte por tramos.

$$\Rightarrow i) 14 \text{ [m/s]} \quad ii) 0 \text{ [m/s]} \quad iii) -8 \text{ [m/s]}$$

P41



Sea t_{ch} el tiempo en el que las partículas chocan:

$$x_a(t_{ch}) = x_b(t_{ch}) \dots \textcircled{1}$$

$$x_a(t) = x_a + v_a t \dots \textcircled{2}$$

$$x_b(t) = x_b - v_b t \dots \textcircled{3}$$

$\Rightarrow$ $\textcircled{2}$ y $\textcircled{3}$ en $\textcircled{1}$.

$$x_a + v_a t_{ch} = x_b - v_b t_{ch}$$

$$t_{ch} = \frac{x_b - x_a}{v_a - v_b}$$

Para la posición

$$x_a(t) = x_a + v_a t$$

$$t = t_{ch}$$

$$x(t_{ch}) = x_a + v_a \frac{x_b - x_a}{v_a - v_b}$$

$$x_b(t) = x_b - v_b t$$

$$t = t_{ch}$$

$$x_b(t_{ch}) = x_b - v_b \frac{x_b - x_a}{v_a - v_b}$$