# Introducción a la Física Clásica

Notas 2020-1

**Contacto**: manuel.torres@ug.uchile.cl

# Índice general

# Capítulo 1

# Métodos matemáticos

## 1.1. Trigonometría y cálculo

**P1.-** Demuestre las siguientes relaciones trigonométricas:

$$\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} \tag{1.1}$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \tag{1.2}$$

$$\sin\alpha+\sin\beta = 2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2}) \tag{1.3}$$

## 1.2. Gráficos, pendientes y áreas

**P2.-** Un conductor maneja su coche durante 10km a una velocidad de 90Km/h, luego otros 10Km maneja a una velocidad de 70Km/h.¿Cuál es la rapidez promedio durante el trayecto de 20Km?

**P3.-** La figura muestra la posición de una partícula en función del tiempo, encuentre la velocidad promedio en los siguientes intervalos:

*a*) $0s < t < 4s$.

*b*) $7s < t < 10s$.

*c*) $0s < t < 13s$.

*d*) $10s < t13s$.

**P4.-** Suponga que la posición de una partícula en función del tiempo viene dada por:

$$z(t) = t - 4\cos t$$

*a*) Grafique $z(t)$ en el intervalo de tiempo $0 < t < 6$.

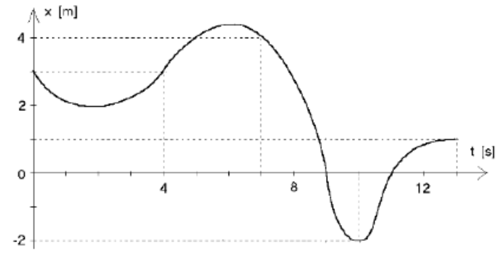



Figura 1.1: Gráfico de posición vs tiempo.

*b*) A partir del gráfico responda las siguientes preguntas:

1) ¿En qué instante la velocidad es nula?
2) ¿En qué instantes la partícula se encuentra en el origen?
3) ¿En qué intervalos de tiempo la velocidad es negativa?
4) ¿En qué intervalos de tiempo la aceleración es positiva?

*c*) Encuentre la velocidad instantánea en función del tiempo evaluando:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{z(t + \Delta t) - z(t)}{\Delta t}$$

*d*) Grafique $v(t)$ encontrada en la parte anterior. A partir del gráfico responda las siguientes preguntas:

1) ¿En qué instante la velocidad es nula?
2) ¿En qué intervalos de tiempo la velocidad es negativa?
3) ¿En qué intervalos de tiempo la aceleración es positiva? (Compare las respuestas con las de la parte b).

La figura 1.2 muestra la posición de una partícula en función del tiempo, tal que los ángulos de las tangentes geométricas .

**P5.-** *a*) Encuentre la velocidad promedio en el intervalo de tiempo $2s < t < 10s$.

*b*) Encuentre la velocidad instantánea para $t = 10s$.

*c*) ¿En qué instante o instantes la velocidad (instantánea) de la partícula es nula?

*d*) ¿En qué instante la rapidez es máxima?

*e*) ¿En qué instante la aceleración es nula?

**P6.-** Considere dos varillas muy largas: una fija horizontalmente y la otra formando un ángulo $\phi$ constante con la primera, y moviéndose verticalmente con rapidez $v_0$ constante (ver figura 2.5). Determine la velocidad con que se mueve el punto de intersección de las dos varillas (tal punto de intersección no corresponde al movimiento de algún objeto físico real).

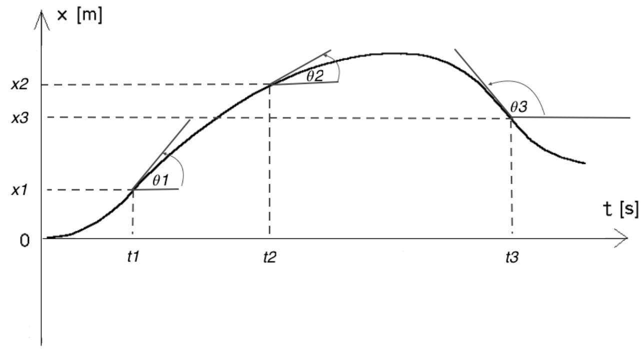



Figura 1.2

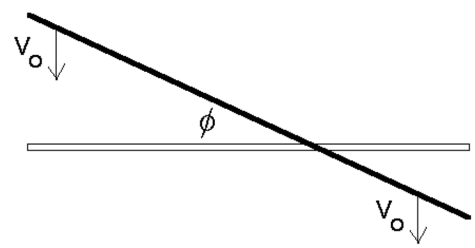



Figura 1.3

**P7.-** Suponga que la altura de cierto proyectil en función del tiempo viene dada por la relación $z(t) = -a_0(t - t_0)^2 + z_0$, con $z_0 = 125$ $[m]$, $t_0 = 5$ $[s]$ y $a_0 = 5$ $[m/s^2]$.

*a*) Grafique la altura del proyectil en función del tiempo desde $t = 0$ hasta $t = 12$ $[s]$.

*b*) ¿En qué instante choca el proyectil contra el suelo?

*c*) Encuentre gráficamente la velocidad instantánea (es decir, mida las pendientes de las tangentes) en los instantes $t = 0$ $[s]$, $t = 2$ $[s]$, $t = 4$ $[s]$, $t = 6$ $[s]$, $t = 8$ $[s]$ y $t = 10$ $[s]$. Grafique su resultado.

**P8.-** Un salvavidas ubicado en el punto A en una playa debe socorrer a un nadador ubicado en el punto B. La velocidad con que puede correr el salvavidas en la arena es $v_1$ y la velocidad con que avanza en el agua es $v_2$. Sea P el lugar óptimo en el cual el salvavidas debe ingresar al agua para que tarde el menor tiempo posible en el trayecto de A a B. Demuestre que en ese caso se satisface:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

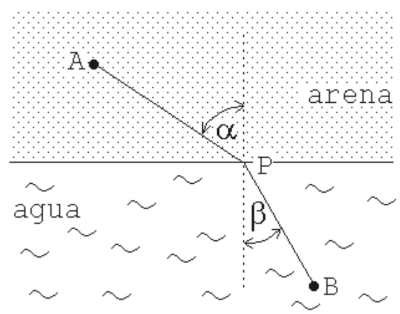



Figura 1.4

# Capítulo 2

# Cinemática

## 2.1. Cinemática 2D

### 2.1.1. Lanzamiento parabólico

**P1.-** Una pelota es pateada con velocidad inicial y ángulo desde el inicio de una rampa infinita de ángulo característico:

*a*) Calcule el alcance de la pelota sobre la rampa.

*b*) Calcule el ángulo en función de para el cual el alcance es máximo. Analice los casos $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ y $\theta = \pi$. Hint: Use identidades trigonométricas que impliquen ángulos dobles.

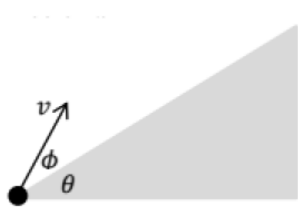



Figura 2.1: Figura problema 1.

**P2.-** Desde una distancia d del borde recto de un tobogán se dispara una bengala. Si el tobogán tiene una altura h y un largo b, determinar ambas componentes de la velocidad inicial del proyectil para que éste aterrice sobre el vértice superior del tobogán de manera que su velocidad sea paralela al plano inclinado.

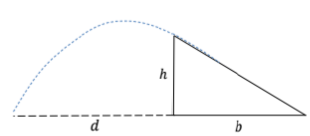



Figura 2.2: Figura problema 2.

**P3.-** El ibis es un ave egipcia con la misión de entregar una ofrenda al faraón Tutankhamon que espera aburrido en la cámara mortuoria de su pirámide. El ibis, que vuela con velocidad u, debe dejar caer su ofrenda, desde lo alto de su vuelo, de modo tal que no sólo se encuentre con la entrada del canal secreto que conduce a la cámara mortuoria (cuyas dimensiones son suficientes para albergar el preciado encargo) sino que además tenga la misma dirección del canal en dicho punto (ver figura). Calcule la altura H y la distancia D (indicadas en la figura) desde las cuales el ibis debe soltar la ofrenda, para que el faraón reciba su regalo. Considere que la pirámide, proyectada en el plano de la trayectoria de la ofrenda es un triángulo equilátero de lado a, y que el canal secreto que lleva hacia la cámara de Tutankhamon es perpendicular a la cara de la pirámide y se encuentra en su punto medio.

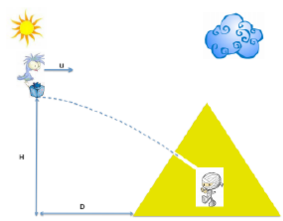



Figura 2.3: Figura problema 3.

**P4.-** Un halcón vuela horizontalmente a 10m/s en línea recta a 200m de altura. En el pico lleva un ratón que se le cae. Después de 2 segundos el halcón reacciona y cambia su trayectoria para recuperar su presa. Para ello cambia su velocidad tanto en magnitud como en dirección siguiendo una trayectoria recta, descendente, que forma un ángulo con la vertical y recupera el ratón a 3 metros sobre el suelo.

*a*) Encuentre la velocidad (magnitud y dirección) del halcón.

*b*) ¿Por cuanto tiempo estuvo el ratón en caída libre?

**P5.-** **Tarea 1, sección 4, 2020-1.** Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba y alcanza una altura máxima $h$. La pelota cae libremente bajo la acción de la gravedad terrestre y rebota repetidamente, dado que después de cada bote la pelota alcanza una fracción $f < 1$ de un altura previa.

a) Describa la ecuación de itinerario de forma conveniente donde no necesite conocer la velocidad inicical para describir la caída de la pelota, utilizando esto determine el tiempo de un movimiento vertical de subida y bajada. *Hint: Recuerde que el lanzamiento vertical es en cierta forma simétrico.*

b) Encuentre el tiempo total que demora la pelota antes de detenerse. *Hint: Note que el tiempo total puede ser escrito como una serie.*

c) Utilizando el razonamiento anterior, encuentre la distancia total que la pelota viaja.

**P6.- Control 1 2019-1.**
Una persona lanza, simultáneamente, dos objetos en el aire desde el nivel del suelo. Los objetos dejan la mano de la persona con diferentes ángulos y rapideces y viajan según las trayectorias parabólicas indicadas por $A$ y $B$ en la figura, de manera que $h_A > h_B$ y $L_A < L_B$. El roce con el aire es despreciable. ¿Cuál de los dos objetos llega antes al suelo?

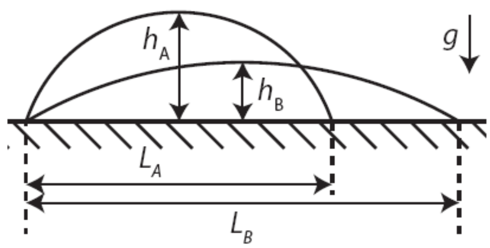



Figura 2.4: Problema 2.

**P7.- Control 1 2019-1.**
Una persona lanza, simultáneamente, dos objetos en el aire desde el nivel del suelo. Los objetos dejan la mano de la persona con diferentes ángulos y rapideces y viajan según las trayectorias parabólicas indicadas por $A$ y $B$ en la figura, de manera que $h_A > h_B$ y $L_A < L_B$. El roce con el aire es despreciable. ¿Cuál de los dos objetos llega antes al suelo?

**P8.- Control recuperativo 2019-1.**
Un cuerpo es lanzado con rapidez de $25m/s$, desde una altura inicial de $2m$ sobre el suelo, formando un ángulo de 30ř con la horizontal. Mientras el cuerpo sube hasta el punto de altura máxima, está permanentemente sometido a la aceleración de gravedad terrestre $g \sim 10m/s^2$, pero una vez que comienza a bajar está sometido a demás a una segunda aceleración constante de frenado de magnitud $2m/s^2$, en dirección horizontal.

*a*) Calcule el tiempo que el cuerpo demora en llegar a la altura máxima.

*b*) Calcule el tiempo que el cuerpo demora en caer.

*c*) Calcule la distancia total recorrida por el cuerpo en la dirección horizontal, desde el punto de lanzamiento hasta el punto en que choca contra el suelo.

*d*) Calcule la magnitud de la velocidad del objeto justo antes que impacte contra el suelo.

### 2.1.2. Movimiento circular uniforme

**P9.-** Un disco delgado dispuesto horizontalmente gira en torno a su eje vertical con velocidad angular constante. El disco tiene una perforación a cierta distancia de su centro. Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba desde un punto situado a una distancia $h$ por debajo del plano del disco y se observa que pasa limpiamente por el agujero, alcanzando una altura $h$ por encima del disco, y volviendo a pasar limpiamente por el mismo agujero luego de una vuelta. Calcule el ángulo girado por el disco desde el disparo a la primera pasada del proyectil por la perforación.

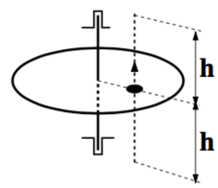



Figura 2.5

**P10.-** Considere una rueda de la fortuna. Se trata de un juego consistente en una rueda vertical de radio $R$ que gira con velocidad angular constante. Una niña montada sobre la rueda deja caer su lápiz cuando se encuentra en un ángulo $\theta$ (ver Figura 4.6) con la horizontal. En los instantes posteriores el objeto se desplaza por el interior o exterior de la rueda dependiendo de $\theta$.

(a) Determine el ángulo crítico que separa estas dos opciones (indicación una forma de abordar este problema es estudiar la evolución de $r$, la distancia del lápiz hasta el centro de la rueda, para tiempos inmediatamente posteriores a la liberación del lápiz).

(b) Verifique su respuesta con los casos límite $\omega$ grande y chico.

(c) Encuentre el lugar en el piso en el que caerá el lápiz dependiendo del ángulo $\theta$ al momento de ser liberado.

**P11.-** En el gráfico de la Figura 2.7 se representa el movimiento angular de dos móviles, $A$ y $B$, que inician su movimiento desde la misma posición. El móvil $A$ mantiene una velocidad angular igual a $4\pi/T$, en tanto que $B$ acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de $6\pi/T$ en un lapso $T$. Desde ese instante $B$ frena uniformemente. Determine la separación angular entre $A$ y $B$ en $t = T$ . Determine la máxima aceleración de frenado de $B$ para que éste se encuentre con $A$ al momento de detenerse. Determine al desplazamiento angular de $B$ desde que parte hasta que se detiene.

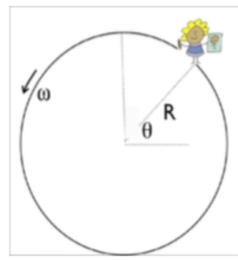



Figura 2.6

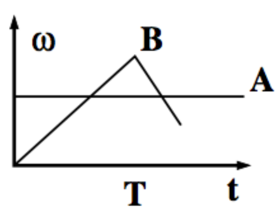



Figura 2.7

# Capítulo 3

# Dinámica

## 3.1. Fuerzas de contacto

**P12.-** Un móvil se mueve con rapidez constante $v_o$ en trayectoria circunferencial de radio $R$. Calcule el vector aceleración media entre los dos instantes representados en la Figura 3.1. Represente su resultado en términos de los vectores $\hat{x}$ e $\hat{y}$ indicados.

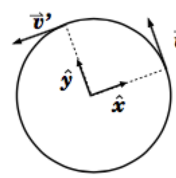



Figura 3.1

**P13.-** ¿Qué fuerza $\vec{F}$ debe aplicarse al carro de masa $M$ (vea la figura adjunta al problema) para que el carro de masa $m_2$ no suba ni baje?

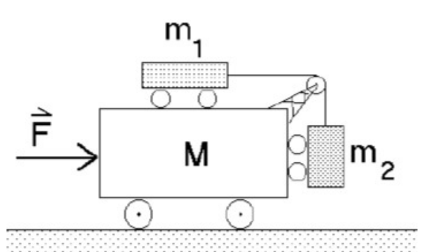



Figura 3.2: Problema 1.

**P14.-** Una cuña lisa de masa $M$ se desliza bajo la acción de una fuerza horizontal $F$. Sobre ella se coloca un bloque de masa $m$.

*a*) Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre cada una de las masas.

*b*) Determine el valor de $F$ para que el bloque no resbale sobre la cuña.

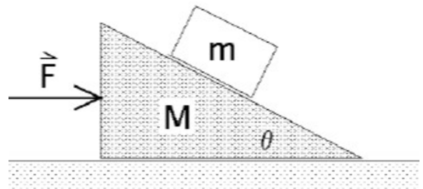



Figura 3.3: Problema 2.

**P15.-** Sea $\mu$ el coeficiente de roce estático entre la masa $m$ y el carro. ¿Cuál es la fuerza mínima que debe aplicarse al carro para que la masa $m$ no caiga?

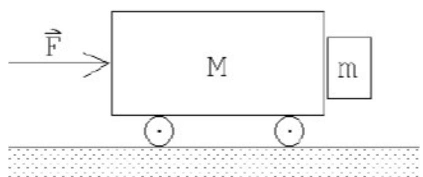



Figura 3.4: Problema 3.

**P16.-** Dos objetos 1 y 2, de igual masa están arados a los extremos de una cuerda ideal de largo $L$. El conjunto descansa sobre un disco que gira en un plano horizontal con velocidad angular constante, en torno a su centro (vea la figura adjunta). Suponga que no existe fricción entre el disco y el objeto 1, pero existe fricción entre el objeto 2 y la superficie del disco. Los coeficientes de fricción estético y cinético entre la masa 2 y el disco son $\mu_e$ y $\mu_c$ respectivamente.
Se observa que cuando el disco gira con velocidad angular $w_0$, la cuerda se mantiene tensa y alineada en al dirección radial. En esta condición el objeto 2 está en reposo a una distancia $R$ del eje de rotación. Cuando la velocidad angular es mayor que $w_0$ el objeto 2 (y también el 1) resbala sobre el disco. Calcule el valor de $w_0$.

**P17.-** Considere una masa $m$ atada a dos cuerdas ideales de largo $L$ (Figura 1, las cuales están unidas, con una separación $L$ a un eje vertical que rota con velocidad $\omega$.

a) Determine la tensión de las cuerdas en esta condición

b) Determine la rapidez angular mínima para el sistema para asegurar tensión en las cuerdas

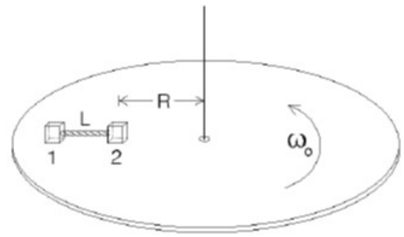



Figura 3.5: Problema 4.

**P18.-** Considere una cuerda ideal en cuyos extremos cuelgan 2 masas $m$ y que pasa por 3 poleas ideales, tal como se muestra en la Figura 2 de ellas están fijas, mientras que la polea del medio es móvil y tiene una masa $M$ asociada a ella. Determine la tensión de la cuerda y aceleración que adquiere la polea móvil.

**P19.-** Tres bloques de igual masa $m$ posan sobre un plano horizontal. El coeficiente de roce entre cada bloque y el piso es $\mu$. Los dos primeros bloques se unen mediante una cuerda ideal mientras que los dos últimos se unen mediante un resorte de constante elástica $k$. Una fuerza horizontal aplicada al primer bloque hace que los tres bloques se muevan manteniendo la elongación del resorte constante e igual a $\Delta$. Determine la magnitud de la fuerza aplicada.

**P20.-** En presencia de la gravedad terrestre $g$, una bolita de masa $m$ es sostenida mediante un resorte de constante elástica $k$ y de longitud natural $L$. El conjunto se dispone dentro de un tubo de paredes lisas inclinado en un ángulo $\beta$ con respecto a la vertical.

a) Determine la elongación $\delta$ del resorte

b) En base a su resultado examine y discuta la posibilidad de que $\delta = 0$

**P21.-** **Control recuperativo 2019-1.**
Un automóvil describe una curva de radio $R$. El camino tiene un peralte con ángulo de inclinación $\theta$ con respecto a la horizontal y hay un coeficiente de fricción entre los neumáticos y el camino $\mu$.

*a*) Encuentre las rapideces máxima y mínima que puede tener el automóvil, sin que deslice.

*b*) Dibuje el diagrama de cuerpo libre en cada caso.

*c*) Encuentre los valores de esas rapideces cuando $\mu = 1$ y $\theta = \pi/4$.

**P22.-** **Control 2 2019-1.**
Un camión viaja en línea recta sobre un camino horizontal y se en-

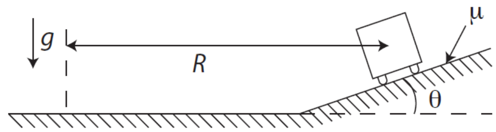



Figura 3.6: Problema 4.

cuentra acelerando con aceleración de magnitud $a$. El extremo de una cuerda (que se puede considerar sin masa e inextensible) se encuentra atada a la parte trasera del camión. Del otro extremo de la cuerda cuelga un balde de masa $M$. La cuerda forma un ángulo constante con respecto a la parte trasera del camión, como se muestra en la figura (a).

*a*) Encuentre el ángulo $\theta$ en que queda la cuerda.

*b*) Determine la tensión de la cuerda.

*c*) Discuta qué sucede con sus resultados de las partes (a) y (b) cuando $a >> g$.

- Suponga ahora que el camión transita por una pendiente, que forma un ángulo $\alpha$ con respecto a la horizontal, como se muestra en la figura (b). Suponga que el camión sigue acelerando con aceleración de magnitud $a$.

*d*) Determine el nuevo valor del ángulo $\theta$ con respecto a la parte trasera del camión.

*e*) Determine la tensión de la cuerda en esta nueva configuración.

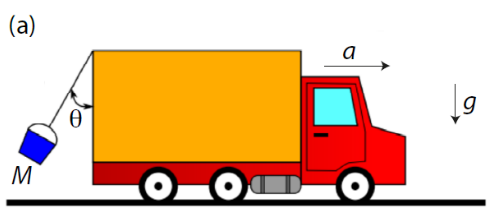



Figura 3.7: Problema 5, figura a.

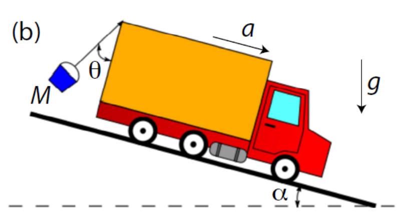



Figura 3.8: Problema 5, figura b.

## 3.2. Fuerza elástica

# Capítulo 4

# Energía y momentum

**P1.-** Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba de tal forma que alcanza una altura máxima $H$ en un tiempo $T$. En el punto más elevado de la trayectoria el proyectil explota dividiéndose en dos fragmentos de masas iguales. Tras un tiempo $T/2$, después de la explosión, uno de los fragmentos cae en el lugar del disparo. Despreciando el roce con el aire, ¿cuánto tiempo después impactarpa el segundo fragmento en el lugar de disparo?

**P2.-** Un cuerpo de masa $m$ es soltado sobre un plano inclinado desde una altura $h$. El extremo inferior del plano inclinado empalma con un plano horizontal donde se encuentra un resorte ideal no elongado (con una placa de masa despreciable) de constante $k$ y longitud natural $l_0$. Considerando que hay roce cinético $\mu_c$ y estático $\mu_e$ a lo largo de toda la trayectoria (diagonal y horizontal). Calcule el coeficiente de roce $\mu_e$ para que la masa se quede detenida en la posición de compresión máxima del resorte.

**P3.-** Un péndulo simple de largo $L$ y masa $m$ se suelta desde el reposo cuando forma un ángulo $\pi/2$ con la vertical. La cuerda se corta en el punto de la trayectoria donde la tensión alcanza el valor máximo. Calcule a que distancia del pivote, medida en la dirección horizontal, choca la partícula contra el suelo.

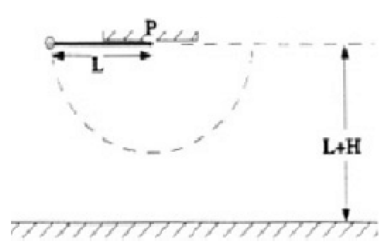



Figura 4.1: Problema 3: Péndulo colgando.

**P4.-** Un bloque de masa $m$ desliza sobre una superficie horizontal rugosa que empalma suavemente con un tubo semicircular pulido de radio $R$. El coeficiente de roce cinético entre el bloque y el tramo rugoso $PQ$ (ver figura adjunta) es $\mu$. Determine la velocidad $V_0$ con que debe partir el bloque para qeu éste se deslice sobre el tramo rugoso $PQ$ y luego sobre la superficie del tubo hasta salir volando desde el punto $S$ para caer, finalmente, en el punto de partida $P$.

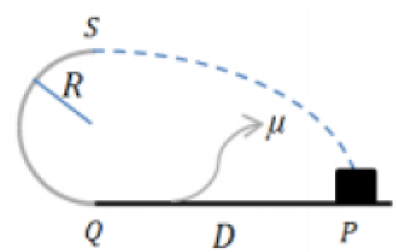



Figura 4.2: Problema 4: Bloque que desliza sobre una superficie horizontal que entra a un tubo circular.

**P5.-** Una partícula colisiona a una segunda partícula de igual masa que estaba inicialmente en reposo. Si colisionan elásticamente sobre un plano horizontal libre de roce, determine el ángulo $\phi$ de salida de la partícula inicialmente en reposo si la primera partícula se desvía un ángulo $\theta$ respecto de la dirección que traía antes de la colisión.

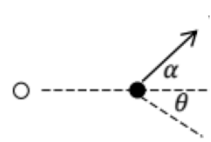



Figura 4.3: Problema 5: Colisión de partículas de igual masa.

**P6.-** Sobre un plano liso se encuentran tres discos iguales (de radio $R$ y masa $M$). Al disco $A$, que incide con velocidad $\vec{v}$choca simultánea y elásticamente con los discos $B$ y $C$, tal como se muestra en la figura. Los discos $B$ y $C$ inicialmente se encuentran en reposo con los centros separados en una distancia $2R + 2a$. Suponga que no hay roce entre los bordes de los discos cuando están en contacto. Encuentre la velocidad del disco $A$ después de la colisión.

**P7.-** $A$ y $B$ son dos esferas de igual masa $m$ engarzadas en el eje horizontal. $B$ está unida a un resorte ideal de largo natural $l_0$ y constante de restitución $k$. Inicialmente $B$ está en reposo, en el resorte en dirección vertical y sin deformación. $A$ se desliza con velocidad $v$ desconocida, choca con $B$ y ambas permanecen unidas tras la colisión. Calcule $v$, si

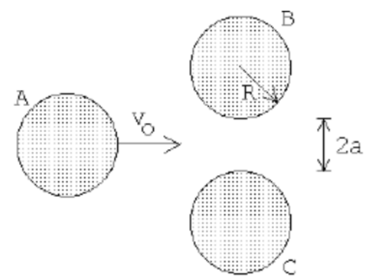



Figura 4.4: Problema 1

en el instante en que el conjunto se detiene el ángulo que se observa es $\theta$ entre el resorte y la vertical.

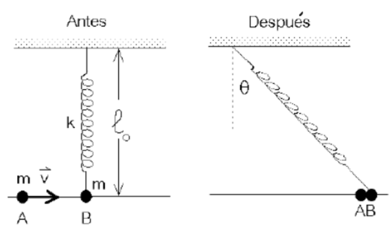



Figura 4.5: Problema 2

**P8.-** Un barra de jabón de masa $m$ se desliza horizontalmente con rapidez $v_0$ sobre una superficie resbalosa la cual empalma con la superficie rugosa de un trineo de masa $M$. No hay roce entre el trineo y la superficie horizontal sobre la cual posa. La barra de jabón entra al trineo y luego de un lapso se detiene sobre este. Calcule la velocidad final del par (barra+trineo) y el trabajo realizado por el roce entre el trineo y el jabón. Si el jabón se desplaza una distancia $D$ sobre el trineo y el roce es uniforme, calcule el coeficiente de roce barra/trineo.

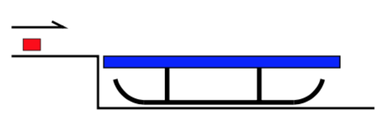


Figura 4.6: Problema 3

# Capítulo 5

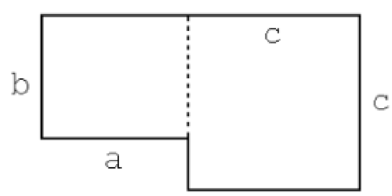
# Sistemas extendidos

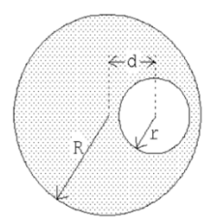
## 5.1. Sistemas de partículas

**P1.-** *a*) Encuentre la posición del centro de masas de una lámina de densidad (de masa) uniforme $\sigma$ y que tiene la forma indicada en la figura adjunta.

*b*) Encuentre la posición del centro de masas de un disco de densidad uniforme $\sigma$ y espesor despreciable, que además presenta un agujero circular como indica la figura.

*c*) En cinco de los seis vértices de un hexágono hay una masa $m_0$, encuentre la posición del centro de masas.




## 5.2. Sólido rígido

**P2.-** Se tiene una barra homogénea de masa M y largo L, que se sostiene en un pivote a una distancia L/3 de su extremo izquierdo. Su extremo izquierdo está a una altura a desde el piso, mientras que su extremo derecho está a una altura b, con a >b como se muestra en la figura. En el extremo derecho de la barra se ejerce una fuerza de magnitud F en el sentido vertical.

*a*) Calcule la magnitud F de la fuerza para que la barra esté en equilibrio estático.

*b*) Si se comienza a mover la barra sin variar su inclinación, ¿Cuánto debe desplazarse para que la magnitud de la fuerza ejercida sea F=Mg/2?

*c*) Desde la configuración inicial, piense que ahora la barra no se desplaza pero varía el ángulo de inclinación, calcule el ángulo para que la fuerza sea igual que en la parte b

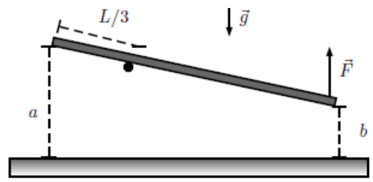



Figura 5.1: Barra con pivote.