

Pauta auxiliar #10

Manuel Torres U.

→ Cantidades conservadas

PO.- Teorema de Noether:

El teorema de Noether nos dice que: Si existe una simetría en alguna dimensión, entonces hay una cantidad conservada asociada a la simetría

→ (Cálculo variacional)

En particular:

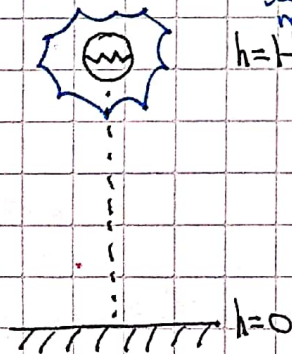
1) Simetría temporal

⇒ Se conserva la energía.

2) Simetría espacial

⇒ Se conserva el momentum.

PA.- Explosión: → Conservación de la energía y del momentum.



→ En el momento que alcanza la altura H , su velocidad es nula.

→ La explosión les da un impulso a las partes.

Veamos la conservación del momentum en torno a la explosión:

$P_i = 0$ (por el reposo)

$P_f = \frac{m}{2} V_2 - \frac{m}{2} V_1$ (una parte sube y la otra baja)

⇒ Si $P_i = P_f$

⇒ $V_1 = V_2$

Veamos las ecuaciones de itinerario de los cuerpos que salen post explosión:

$y_1(t) = y_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, T' tiempo en caer:

⇒ $0 = H - V_1 T' - \frac{1}{2} g T'^2$

⇒ $V_1 = \frac{H}{T'} - \frac{1}{2} g T'$, $T' = \frac{T}{2}$

⇒ $V_1 = \frac{2H}{T} - \frac{1}{4} g T$

$y_2(t) = y_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2}$
cuando cae:

⇒ $0 = H + V_2 t - \frac{g t^2}{2}$ en algún t

⇒ $0 = H + \left(\frac{2H}{T} - \frac{g T}{4} \right) t - \frac{g t^2}{2}$

⇒ $t_{1,2} = \frac{V}{g} \pm \sqrt{\frac{V^2}{g^2} + \frac{2H}{g}}$

Luego reemplazando la velocidad, el tiempo está dado por:

$$t_{1,2} = \left(\frac{2H}{gT} - \frac{T}{4} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{g^2} \left(\frac{2H}{T} - \frac{8T}{4} \right)^2 + \frac{2H}{g}}$$

basta con este resultado, o bien podemos irnos a lo maldito:

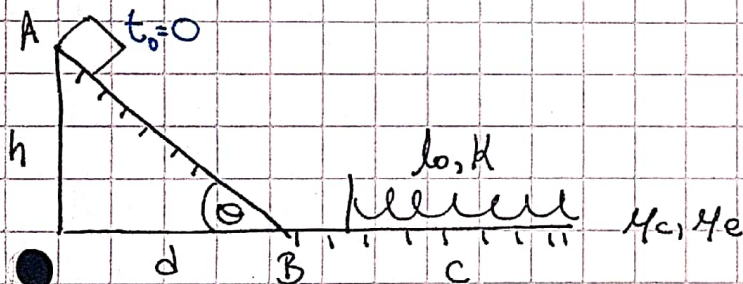
$$\Rightarrow t_{1,2} = \left(\frac{2H}{gT} - \frac{T}{4} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{g^2} \left(\frac{4H^2}{T^2} + \frac{64T^2}{16} - \frac{8HT}{T} \right) + \frac{2H}{g}}$$

$$= \left(\frac{2H}{gT} - \frac{T}{4} \right) \pm \left(\frac{1}{g^2} \left(4 \frac{H^2}{T^2} + 4T^2 - 8H \right) + 2 \frac{H}{g} \right)^{1/2}$$

y nos quedamos con $\max\{t_{1,2}\}$ ¿Por qué?

Respuesta: $\Delta t = \frac{8H - gT^2}{2gT}$, propuesto como bonus (trabajo de aritmética).

P2. - Caída en un plano inclinado: → Conservación de la energía de forma iterada con $\neq$ tipos de energía



Por otro lado, la energía disipada por el roce corresponde al trabajo realizado por él:

$$W_{AB} = -\vec{F}_r \cdot \vec{AB}$$

$$\Rightarrow W_{AB} = \mu_c \cdot N \cdot \overline{AB}$$

$$\Leftrightarrow W_{AB} = \mu_c \frac{mgd}{\sqrt{h^2 + d^2}} \cdot \sqrt{h^2 + d^2}$$

$$\Leftrightarrow W_{AB} = \mu_c mgd$$

En la siguiente página vemos ~~conservación~~ conservación de la E^o .

Veamos el DCL sobre el cuerpo:



Luego $N = mg \cos \theta$

donde $\cos \theta = \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}}$

Las energías son:

$$E_A = mgh$$

$$E_B = \frac{mV^2}{2}$$

conservación de la energía:

$$\Rightarrow E_A = E_B + E^{\circ} \text{ disipada}$$

$$\Rightarrow mgh - \frac{mV^2}{2} = -\mu_c mgd$$

$$\Rightarrow V^2 = 2(gh + \mu_c gd)$$

$$= 2g(h + d\mu_c)$$

(no es necesario aplicar raíz)

Luego hacemos el mismo proceso entre B y C:

$$W_{BC} = -\mu_c mgx \text{ (trabajo del roce)}$$

$$E_B = \frac{mV^2}{2}$$

$$E_C = \frac{kx^2}{2} \text{ (en la compresión máxima).}$$

$$\Rightarrow kx^2 - mV^2 = -\mu_c mgx$$

~~$$\Rightarrow kx^2 - m(2g(h + d\mu_c)) = -\mu_c mgx$$~~

$$\Rightarrow kx^2 - m(2g(h + d\mu_c)) = -\mu_c mgx$$

Se desprecia μ_c y se concluye //

$\Rightarrow$ El resto queda propuesto.