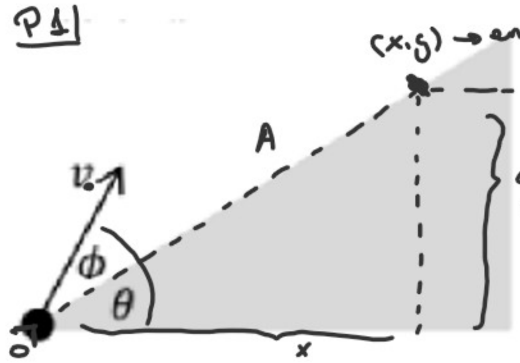
Auxiliar 2

jueves, 30 de abril de 2020 16:19

P1



Las ecuaciones de mov son:

$x(t) = V_{0x} t$ donde $V_{0x} = V_0 \cos(\phi + \theta)$

$\Rightarrow x(t) = V_0 \cos(\theta + \phi)\, t$ eq 1

$y(t) = V_{0y} t - \frac{g t^2}{2}$ donde $V_{0y} = V_0 \text{sen}(\phi + \theta)$

$\Rightarrow y(t) = V_0 \text{sen}(\phi + \theta) t - \frac{g t^2}{2}$ eq 2

Por otro lado, Tenemos: $tg\theta = \frac{y}{x} \rightarrow y = tg\theta \cdot x$ eq 3

$\cos\theta = \frac{x}{A}$ o bien $\text{sen}\,\theta = \frac{y}{A}$, donde (x', y') en t' (cuando cae sobre la rampa).

De la eq 1 $\rightarrow t' = \frac{x}{V_0 \cos(\theta + \phi)}$, reemplazo en eq 2.

$$\Rightarrow y = \frac{V_0 \text{sen}(\theta + \phi)\, x}{V_0 \cos(\theta + \phi)} - \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2(\theta + \phi)}$$ reemplazo en eq 3

$$\Rightarrow x\, tg\theta = x\, tg(\theta + \phi) - \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2(\theta + \phi)} \quad / \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow tg\theta - tg(\theta + \phi) = - \frac{g x}{2 V_0^2 \cos^2(\theta + \phi)}$$

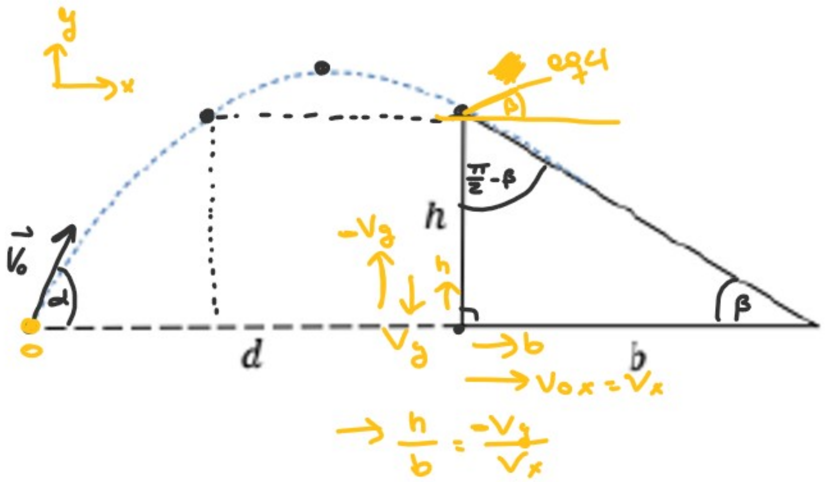
$$\Rightarrow \frac{2 V_0^2 \cos^2(\theta + \phi)}{g} \left(tg(\theta + \phi) - tg(\theta) \right) = x \underbrace{= A\cos\theta}_{\text{Triángulo}}$$

$$\Rightarrow \frac{2 V_0^2 \cos^2(\theta + \phi)}{g \cos\theta} \left(tg(\theta + \phi) - tg\,\theta \right) = A \;//$$

Parte b: Tengo $A(\theta) \rightarrow \frac{dA}{d\theta}(\theta)$ la pendiente de $A(\theta)$

$\rightarrow$ Luego $\frac{dA}{d\theta} = 0$ para tener los candidatos a máximo/mínimo.

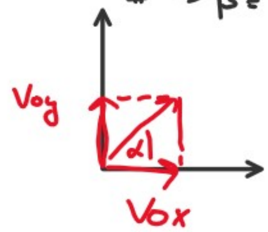
P21



$\vec{V_0} = (V_{ox}, V_{oy})$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{V_{oy}}{V_{ox}} \rightarrow \alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{V_{oy}}{V_{ox}}\right)$

→ $\beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{h}{b}\right)$



α depende de V_{ox}, V_{oy}

$x(t) = V_{ox} t \rightarrow d = V_{ox} t' \rightarrow t' = \frac{d}{V_{ox}}$ eq1

$y(t) = V_{oy} t - \frac{g t^2}{2} \rightarrow h = V_{oy} t' - \frac{g t'^2}{2}$ eq2

$V_y(t) = V_{oy} - g t$ eq3

Luego por trigonometría, se tiene que $\frac{h}{b} = \frac{V_y}{V_x}(-1)$ eq 4

¿Por qué? ⇒ $-\mathrm{tg}\,\beta$, me da la inclinación.

(-1), puesto que V_y en t' apunta hacia abajo y queremos solo cosas positivas.

Notar que $V_{ox} = V_x(t)\ \forall t \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow \frac{-h}{b} = \frac{V_{oy} - g t'}{V_{ox}} = \mathrm{tg}\,\beta$ eq5

(Acabo de imponer que la velocidad en el instante t' tenga la inclinación de la rampa).

De eq5 $\rightarrow -\frac{V_{ox} h}{b} = V_{oy} - g t' \Rightarrow V_{oy} = g t' - \frac{V_{ox} h}{b}$

$\Rightarrow V_{oy} = \frac{g d}{V_{ox}} - \frac{V_{ox} h}{b}$ eq 6

De eq1 y eq2 $\rightarrow h = \frac{V_{oy} d}{V_{ox}} - \frac{g d^2}{2 V_{ox}^2} \Rightarrow \frac{h V_{ox}}{d} = V_{oy} - \frac{g d}{2 V_{ox}}$

$\Rightarrow V_{oy} = \frac{V_{ox} h}{d} + \frac{g d}{2 V_{ox}}$ eq7

Luego eq6 = eq7 (V_{oy}) $\rightarrow \frac{g d}{V_{ox}} - \frac{V_{ox} h}{b} = \frac{V_{ox} h}{d} + \frac{g d}{2 V_{ox}}$

$\Rightarrow \frac{g d}{V_{ox}}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = V_{ox}\left(\frac{h}{d} + \frac{h}{b}\right)$

$$\Rightarrow \frac{gd}{V_{0x}}\left(1-\frac{1}{2}\right) = V_{0x}\left(\frac{h}{d}+\frac{h}{b}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{gd}{2V_{0x}} = V_{0x}\left(\frac{h}{d}+\frac{h}{b}\right)$$

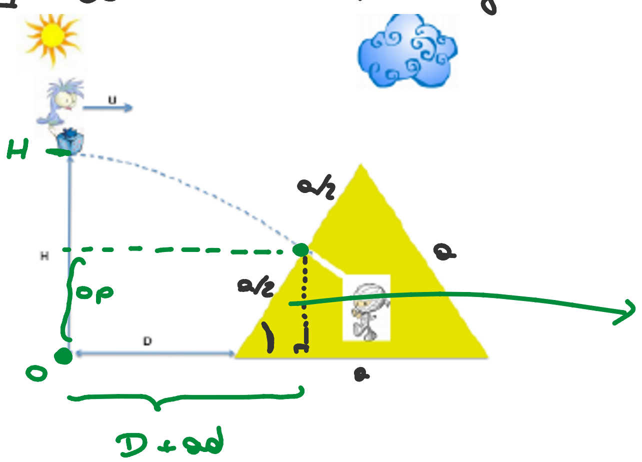
$$\Rightarrow \frac{gd}{2\left(\frac{h}{d}+\frac{h}{b}\right)} = V_{0x}^2 \qquad /\cdot\sqrt{\ }$$

$$\Rightarrow +\sqrt{\frac{gd}{2(h/d+h/b)}} = V_{0x}$$

y finalmente: $\underbrace{V_{0y} = \frac{V_{0x}h}{d} + \frac{gd}{2V_{0x}}}_{ec\ 7} = \frac{h}{d}\sqrt{\frac{gd}{2h(1/b+1/d)}} + \frac{gd}{2}\sqrt{\frac{gd}{2h(1/b+1/d)}}^{\,-1}$

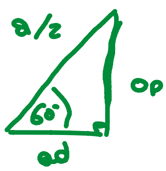
Se concluye ~~ :)

P3/ - Comentarios para guiar:



En $t=0$: $\vec{r} = (0, H)$

t' : $\vec{r} = (D+ad, op)$



La $Tg\,60° = \frac{op}{ad}$, veamos ¿$\frac{V_y}{V_x}(t)$? donde $V_y(t)$ y $V_x(t)$ son conocidas.

P4/