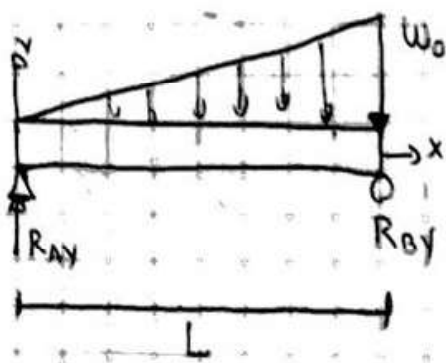


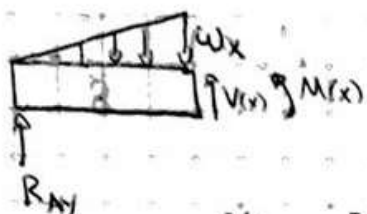
Plano X-Y



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} = w_0 \frac{L}{2}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{By} = w_0 \frac{L}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{w_0 L}{3}$$

$$R_{By} = \frac{w_0 L}{3}$$



$$\frac{w_x}{x} = \frac{w_0}{L}$$

$$\Rightarrow R_{Ay} = w_0 \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{3} \right)$$

$$R_{Ay} = \frac{w_0 L}{6}$$

$$V(x) = -R_{Ay} + \frac{w_x x}{2}$$

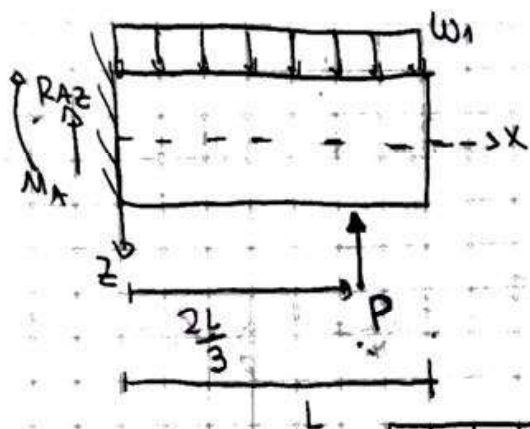
$$\Rightarrow V(x) = -R_{Ay} + \frac{w_0 x^2}{2L}$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M(x) = -\frac{w_0 x^3}{6L} + R_{Ay} x$$

No pin en $\frac{L}{2} \Rightarrow V(\frac{L}{2}) = -\frac{w_0 L}{6} + \frac{w_0}{8L} L^2 = -\frac{w_0 L}{6} + \frac{w_0 L}{8}$

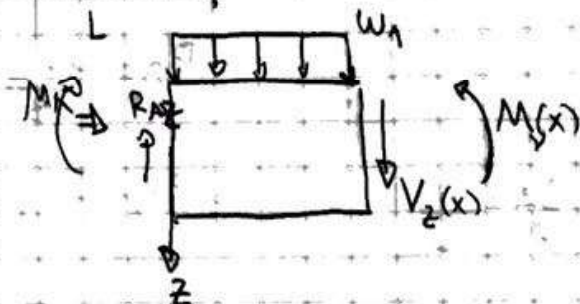
$$\begin{aligned} M(\frac{L}{2}) &= -\frac{w_0 L^3}{48L} + \frac{w_0 L}{6} \cdot \frac{L}{2} = -\frac{w_0 L^2}{48} + \frac{w_0 L^2}{12} = \frac{3w_0 L^2}{48} \\ &= \frac{w_0 L^2}{16} \end{aligned}$$

Plane X-Z



$$\sum F_z = 0 \Rightarrow R_{Az} = w_1 L - P$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A = -\frac{w_1 L^2}{2} + \frac{2LP}{3}$$



$$M_y(x) = \frac{w_1 x^2}{2} - R_{Az} x$$

$$M_y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{w_1 L^2}{8} - (w_1 L - P)\frac{L}{2}$$

$$V_z(x) = -w_1 x + R_{Az}$$

$$V_z\left(\frac{L}{2}\right) = -w_1 \frac{L}{2} + w_1 L - P$$

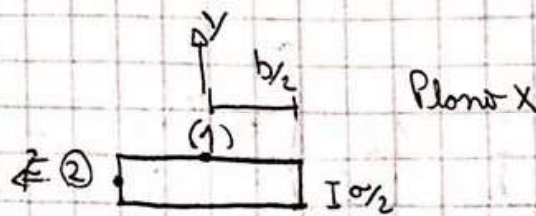
$$V_z = w_1 \frac{L}{2} - P$$

Resumen

$$\vec{F} = -\frac{w_0 L}{24} \hat{j} + \left(\frac{w_1 L}{2} - P\right) \hat{k}$$

$$\vec{M} = \left(\frac{w_1 L^2}{8} - \frac{w_1 L^2}{2} - \frac{PL}{2}\right) \hat{j} + \frac{w_0 L^2}{16} \hat{k}$$

$$-\frac{3w_1 L^2}{8} - \frac{PL}{2}$$



Punto ①

i) Tension / compression ~~por~~ por $\frac{W_0 L^2}{16} \hat{h}$

ii) Corte por $\left(\frac{W_1 L}{2} - P\right) \hat{h}$

Punto 2

iii) Tension / compression por $\left(\frac{3W_1 L^2}{8} - \frac{PL}{2}\right) \hat{h}$

iv) Corte por $-\frac{W_0 L}{2} \hat{h}$

$$i) \Rightarrow \sigma_x = -\frac{My}{I} = -\frac{W_0 L^2}{16} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{12}{b a^3} = -\frac{3W_0 L^2}{8 b a^2}$$

$$ii) \Rightarrow \left(\frac{W_1 L}{2} - P\right) \frac{1}{a} \cdot \frac{12}{b a^3} \int_0^{b/2} y da = \tau_{xz}$$

$$\Rightarrow \tau_{xz} = \left(\frac{W_1 L}{2} - P\right) \frac{12}{b^3 a^2} \int_0^{b/2} y dy$$

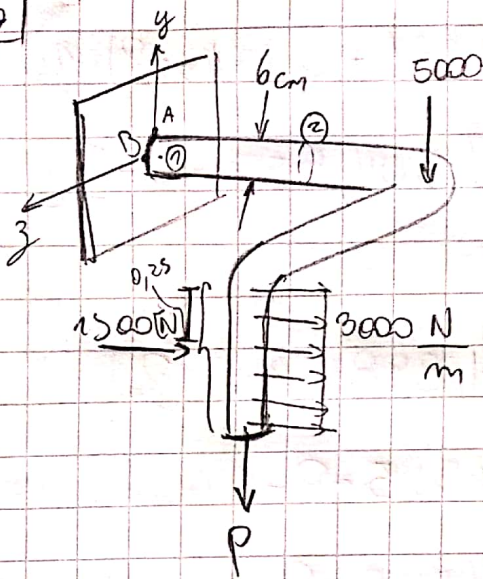
$$= \left(\frac{W_1 L}{2} - P\right) \frac{12}{b^3 a^2} \cdot \frac{1}{2} \frac{b^2}{4} = \frac{3}{2} \left(\frac{W_1 L}{2} - P\right) \frac{1}{b a}$$

$$iii) \sigma_x = -\left(\frac{3W_1 L^2}{8} - \frac{PL}{2}\right) \frac{x}{a} \cdot \frac{12}{b a^3} = -\left(\frac{3W_1 L^2}{8} - \frac{PL}{2}\right) \frac{6}{b a^2}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{w_0 L}{24} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{12}{b a^3} \int_0^{a/2} \xi^3 d\xi = -\frac{w_0 L}{24 b a^3} \cdot \frac{1}{2} \frac{a^4}{4}$$

$$= -\frac{w_0 L}{192 b a}$$

P2) ①



a) Se produce un esfuerzo mayor en la zona 1, ya que la distancia a los puntos donde se aplican las cargas es mayor, por lo que los momentos resultantes son mayores.

En general, el esfuerzo interno es máximo donde el momento interno se hace máximo.

b) Usaremos el método de trasladar fuerzas

① Fuerza de $-5000 \hat{j}$ [N] se traslada 1 [m], por lo que genera un momento de

$$M_{5000} = -5000 \hat{k} \text{ y } F_{5000} = -5000 \hat{j}$$

② Se traslada carga distribuida de $1500 \hat{i}$ primero $0,25 \text{ m en } \hat{j} \Rightarrow M_{1500} = 375 \hat{k} \text{ y } F_{1500} = 1500 \hat{i}$

luego, $0,7 \text{ m en } -\hat{k} \Rightarrow M_{1500} = 1050 \hat{j}$

finalmente se traslada $1 \text{ m en } -\hat{i} \Rightarrow \text{no agrega momento.}$

$$\Rightarrow M_{1500} = 1050 \hat{j} + 375 \hat{k}, F_{1500} = 1500 \hat{i}$$

③ Se traslada carga $P[-\hat{j}]$

primero; $0,5 \text{ m en } \hat{j} \Rightarrow M_{P1} = 0 \text{ y } F_P = -P \hat{j}$

segundo; $0,7 \text{ m en } [-\hat{k}] \Rightarrow M_{P2} = 0,7 P \hat{i}$

tercero; $1 \text{ m en } [-\hat{i}] \Rightarrow M_{P3} = P \hat{k}$

$$\Rightarrow M_P = P(0,7 \hat{i} - 1 \hat{k}) \text{ y } F_P = -P \hat{j}$$

$$\Rightarrow M_1 = 0,7 \cdot P \hat{i} + 1050 \hat{j} - (4625 + P) \hat{k} \quad (2)$$

$$F_1 = 1500 \hat{i} - (5000 + P) \hat{j}$$

Punto A)

- Corte por momento $0,7 P \hat{i}$ (i) $\rightarrow$ torsión
- Compresión por momento $-(4625 + P) \hat{k}$ (ii) $\rightarrow$ flexión
- Tracción por fuerza $1500 \hat{i}$ (iii) $\rightarrow$ tracción

Punto B)

- Corte por momento $0,7 P \hat{i}$ (iv) $\rightarrow$ torsión
- Tracción por momento $1050 \hat{j}$ (v) $\rightarrow$ flexión
- Tracción por fuerza $1500 \hat{i}$ (vi) $\rightarrow$ tracción
- Corte por fuerza $-(5000 + P) \hat{j}$ (vii) $\rightarrow$ corte

c) (i) $\tau_{xz} = 0,7 \cdot P \cdot 0,03 \cdot \frac{32}{\pi \cdot 0,06^4} = 16504,957 \cdot P \text{ [Pa]}$

A (ii) $\sigma_x = + (4625 + P) \cdot 0,03 \cdot \frac{64}{\pi \cdot 0,06^4} = (2181 + 0,4716P) \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$

(iii) $\sigma_x = \frac{1500}{\pi \cdot \frac{D^2}{4}} = 530516 \text{ [Pa]}$

(iv) $\tau_{xy} = 16504,957 \cdot P \text{ [Pa]}$

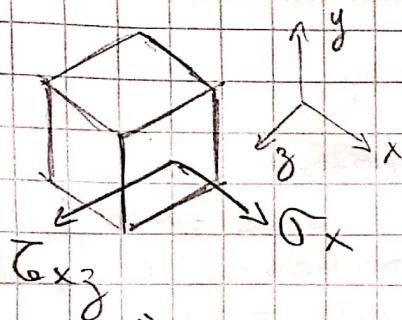
(v) $\sigma_x = -1050 \cdot 0,03 \cdot \frac{64}{\pi \cdot 0,06^4} = -4,9515 \cdot 10^7 \text{ [Pa]}$

B (vi) $\sigma_x = \frac{1500}{\pi \cdot \frac{D^2}{4}} = 530516 \text{ [Pa]}$

(vii) $\tau_{xy} = \frac{-(5000 + P)}{\frac{64}{\pi \cdot \frac{D^4}{4}} \cdot 0,06} \cdot \int_0^{0,03} \xi dA \quad \text{con } dA = 2 \sqrt{R^2 - \xi^2} d\xi$

$$= -(6,627 + P \cdot 0,00133) \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$$

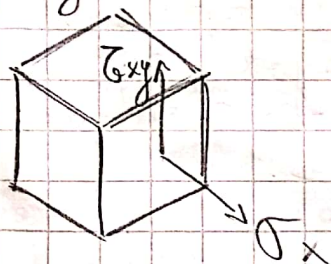
En A)



$$\sigma_x = (2186 + 0,4716 \cdot P) \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$$

$$\tau_{xz} = 16504,957 \cdot P \text{ [Pa]}$$

En B)



$$\sigma_x = -4,8984 \cdot 10^7 \text{ [Pa]}$$

$$\tau_{xy} = 16505 \cdot P - 0,00006627$$

$$\approx 16505 \cdot P$$

d) Círculo de Mohr:

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_c = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Esfuerzo de Von Mises:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

En A)

$$\sigma_{\max} = 23580 \left[\sqrt{P^2 + 9270 \cdot P + 21485859} + (P + 4635) \right]$$

$$\sigma_{\min} = 23580 \left[(P + 4635) - \sqrt{P^2 + 9270 \cdot P + 21485859} \right]$$

$$\Rightarrow \sigma_{VMA} = 47160 \cdot \sqrt{P^2 + 9270 \cdot P + 21485859}$$

$$\sigma_{VMA} = \frac{\sigma_o}{1,5} \Rightarrow P = 1160 \text{ [N]} \text{ o } -10.430,6 \text{ [N]}$$

En B

$$\sigma_{\max} = \sqrt{16505 \cdot (P + 3,6344 \cdot 10^{10})} - 24492000$$

$$\sigma_{\min} = -\sqrt{16505 \cdot (P + 3,6344 \cdot 10^{10})} - 24492000$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{vmb}} = 222,52 \cdot \sqrt{P + 4,8459 \cdot 10^{10}}$$

$$\sigma_{\text{vmb}} = \frac{\sigma_o}{1,5} \Rightarrow \boxed{P = 1460,4 \text{ [GN]}}$$

$\Rightarrow$ El punto que más sufre es A y soporta como máximo 1160 [N] hacia abajo o 10430 [N] hacia arriba.