



Auxiliar N°6

Teorema de Castigliano.

25 de septiembre de 2019

Profesor de cátedra: Roger Bustamante P.
Profesor auxiliar: Jorge Garrido J.

Consultas a: jorgeigarridoj@gmail.com

Recordar:

$$u = \frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z) + \frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)$$

$$U_T = \int_V u dV$$

$$U_{tracción} = \frac{P^2 L}{2EA}$$

$$U_{flexión} = \int_0^L \frac{M(x)^2}{2EI_z} dx$$

$$U_{torsión} = \int_0^L \frac{T(x)^2}{2GJ} dx$$

$$U_{corte} = \frac{3}{5} \int_0^L \frac{V(x)^2}{GA} dx$$

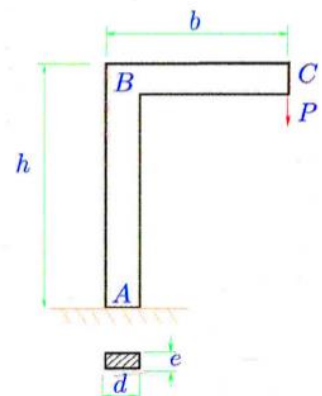
Teorema de Castigliano

$$\delta_i = \frac{\partial U_T}{\partial F_i}$$

$$\theta_i = \frac{\partial U_T}{\partial C_i}$$

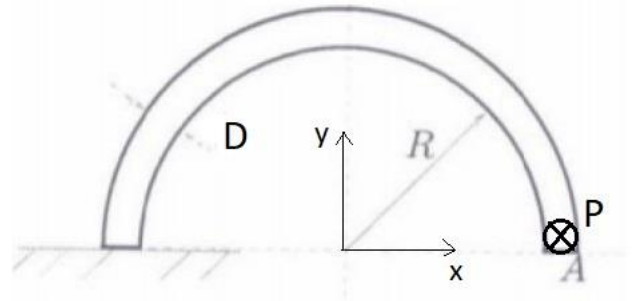
P1.- La viga de sección rectangular ABC de la figura está bajo el efecto de una carga vertical P y está empotrada en A. La sección se muestra en la parte inferior de la figura. Usando Castigliano determine:

- La deflexión vertical δ_y en C
- La deflexión horizontal δ_x en C
- El ángulo de giro θ en C



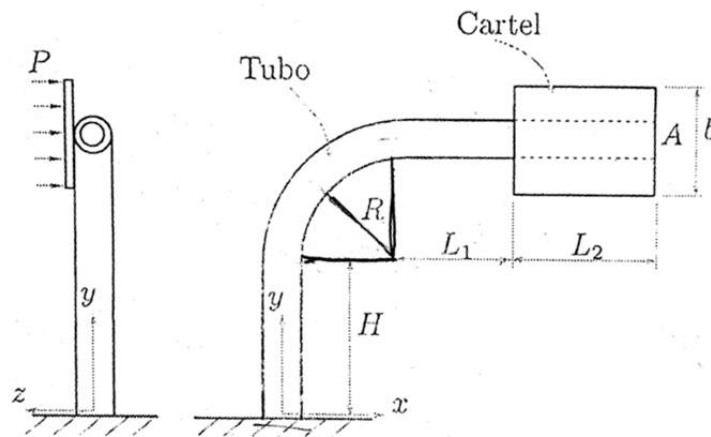
P2.- Usando el teorema de castigliano, determine la carga P (entrando en el plano de la figura) que se debe aplicar sobre la barra rígida de diámetro D de la figura, para que el punto A se desplace 20 mm en la dirección z .

Datos: $R = 0.5$ [m], $D = 4$ [cm], $G = 80$ [GPa], $E = 210$ [GPa]



P3.- En la figura se tiene un poste tubular de sección de diámetro exterior D y espesor de pared e , el cual está compuesto de tres partes, una de ellas curva con radio interior R . El poste tiene adosado un cartel plano de lados L_2 y b en su extremo como lo muestra la figura (derecha) y en el otro extremo está empotrado al suelo. En la vista izquierda se puede apreciar como el cartel recibe la carga debido al viento P (en la dirección z). Usando el teorema de Castigliano determine el desplazamiento en la dirección z en el punto A que está ubicado en $x = R + L_1 + L_2 + D/2$, $y = H + R + D/2$, $z = 0$.

Datos: $H = 3$ m, $L_1 = 1$ m, $L_2 = 1.1$ m, $R = 0.8$ m, $b = 50$ cm, $D = 15$ cm, $e = 0.7$ cm, $P = 1000$ Pa, $E = 190$ GPa, $\nu = 0.25$.



P4 (Propuesto).- En la figura se tiene una representación simplificada de una golilla de presión circular de radio R y de sección circular de diámetro ϕ . La golilla se encuentra abierta en uno de sus puntos de forma transversal y a una distancia D . Determine la carga P que permite cerrar dicho elemento.

Datos: $R = 0.5$ pulgadas, $E = 2 \times 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$, $\phi = 3$ mm, $\nu = 0.3$, $D = 2$ mm

