

MA4703 Control Óptimo: Teoría y Laboratorio. Semestre Primavera 2019

Profesor: Héctor Ramírez C. **Auxiliares:** Emilio Molina, Rolando Rogers

Proyecto de investigación: Gestión de pesquerías

Descripción: El objetivo de este proyecto es estudiar políticas de pesca sustentable para un modelo particular de pesca. La política de pesca sustentable que consideramos es lograr recuperar la pesquería en un cierto período de tiempo, capturando lo mas posible durante el período. Para ello se debe describir y resolver un problema de control óptimo, obteniéndose una política óptima de captura sustentable en un cierto período.

Introducción: Los recursos pesqueros son recursos renovables muy importantes, debido a que su explotación provee algunos ejemplos clásicos de manejo desastroso de recursos. Muchas pesquerías han sido destruidas por la sobrepesca. A principios de 1950, el economista canadiense H. S. Gordon fue consultado por las autoridades pesqueras federales con el objetivo de realizar un análisis económico del persistente problema de bajas ganancias entre los pescadores marítimos de Canadá. La teoría de Gordon de la pesquería de propiedad común se ha convertido en un referente clásico desde entonces, puesto que no solo explica la baja ganancia de los pescadores, sino que aclara en términos económicos el llamado problema de la sobrepesca, el cual explica como la sobrepesca económica ocurre en cualquier pesquería irregular, mientras que la sobrepesca biológica ocurre cuando los costos son mayores a los precios de mercado. Gordon sugiere posibles soluciones para el problema de la sobrepesca. Sin embargo, modelación bioeconómica más detallada indica que muchas soluciones originalmente propuestas por el modelo de Gordon son demasiado simples para superar la *tragedia de los comunes* en pesquerías. Lo anterior ha influido en la construcción de distintos modelos durante años.



Figura 1: Pesquería de la Merluza del Pacífico.

En este proyecto estudiaremos una dinámica de pesca muy usada, llamada dinámica con estructura de edades. Esta dinámica es de la forma

$$N_{1,t+1} = \varphi \left(\sum_{a=0}^A w_a \gamma_a N_{a,t} \right) \quad (1)$$

$$N_{a+1,t+1} = N_{a,t} e^{-M - \lambda_t F_a}, \quad \forall a = 1, \dots, A-1. \quad (2)$$

Acá a denota la edad del individuo, siendo A su edad máxima, t el año, M la tasa de mortalidad natural (es decir, no debida a pesca), F_a la tasa de mortalidad debida a la pesca para la edad a , λ_t el esfuerzo pesquero al tiempo t , y φ es una función de reclutamiento (típicamente Ricker o Beverton-Holt). Los valores w_a y γ_a son los pesos y la madurez reproductiva de los individuos de la edad a . La cantidad $\sum_{a=1}^A w_a \gamma_a N_a$ es conocida como la *biomasa desovante*, y es un parámetro muy usado en pesquerías. Típicamente, nos interesa que la biomasa desovante no caiga bajo un cierto nivel $B_0 > 0$.

Las capturas (en biomasa) vienen dadas por la ecuación de Baranov:

$$Y(N, \lambda) = \sum_{a=1}^A w_a N_a \frac{\lambda F_a}{M + \lambda F_a} (1 - e^{-M - \lambda F_a}).$$

Un problema interesante para resolver es encontrar la estrategia de capturas λ_t para $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ tal que nos permite maximizar el valor presente de la pesca, definido por

$$VP = \sum_{t=0}^T \frac{Y_t}{(1 + \delta)^t}$$

donde Y_0, \dots, Y_T son las capturas en los años $\{0, \dots, T\}$, sometido a que en el instante T la biomasa desovante sea mayor que B_0 .

Objetivos: La idea es investigar herramientas teóricas y numéricas de control óptimo discreto, y ver sus similitudes y diferencias con las herramientas estudiadas en el curso para analizar un problema del área de la bioeconomía pesquera. **Se le otorga cierta libertad a la hora de plantear el problema y en el formato del informe. Sin embargo, debe guiarse por la pauta siguiente que entrega los criterios mínimos a ser evaluados.**

- Analizar cualitativamente la dinámica del sistema considerando en un principio λ constante, para distintos valores de parámetros (acotamiento de soluciones, existencia de puntos de equilibrio, estabilidad local y global, etc.) y entregar simulaciones.
- Estudiar la controlabilidad del sistema linealizado en los puntos de equilibrio y la observabilidad cuando el observable viene dado por la biomasa desovante, o bien la captura.
- Investigar condiciones de optimalidad en el equilibrio: Máximo rendimiento sustentable (MSY) y equilibrio bioeconómico. Estudiar sobre funciones de reclutamiento (Ricker, o Beverton-Holt, eventualmente otras) e investigue sobre la función de capturas de Baranov (su deducción, interpretación, etc.). Además, investigue sobre políticas de regulación pesquera y su impacto en la economía (cuotas de captura, impuestos sobre precios de desembarcos, vedas, etc.).Cuál es la situación en Chile hoy en día?
- Plantear el ejercicio de la maximización del valor presente de ingresos de la flota como un problema de control óptimo discreto (describir el conjunto de controles admisibles, el conjunto objetivo). Estudie la existencia de herramientas teóricas similares al principio de Pontryagin para este caso. Compare con las soluciones obtenidas en el punto anterior.
- Estudie la existencia de versiones discretas de la ecuación de HJB. En caso de existir, describa de forma explícita la función valor y las ecuaciones de HJB del problema de control óptimo discreto y resolver analíticamente la ecuación de HJB (de ser posible) o de forma numérica.

Referencias

- [1] D. Bertsekas. Dynamic programming and optimal control. Vol. II. Second edition. Athena Scientific, Belmont, MA, 2001.
- [2] C. W. Clark and G. Munro. The Economic of Fishing and Modern Capital Theory: A Simplified Approach, Journal of Environmental Economics and Management 12 (1975) 92-106
- [3] C. W. Clark, *Mathematical Bioeconomic: The optimal management of renewable resources*, (2nd edition), John Wiley and Sons, 1990.
- [4] C. W. Clark, *Bioeconomic Modelling and Fisheries Management*, John Wiley and Sons, 1985.
- [5] DeLara M. & Luc Doyen, Sustainable Management of Natural Resources, Mathematical Models and Methods, Environmental Science and Engineering, Springer, 2008.
- [6] M. Kot, *Elements of Mathematical Biology*, Cambridge University Press, 2001.
- [7] V. Martinet, M. De Lara, J. Peña-Torres and H. Ramírez C., Risk and Sustainability: Assessing Fisheries Management Strategies, Environmental and Resource Economics, 2015.