

MA4703 Control Óptimo: Teoría y Laboratorio. Semestre Primavera 2019

Profesor: Héctor Ramírez C. Auxiliares: Emilio Molina, Rolando Rogers

Proyecto de investigación: Minimización sobre un modelo de propagación de una enfermedad de transmisión sexual en una población privada de libertad

Descripción: El objetivo de este proyecto es modelar la transmisión de enfermedades de transmisión sexual en poblaciones privadas de libertad. Basado en dinámicas propuestas en la literatura, se buscará minimizar la propagación y carga de la enfermedad, así como implementar protocolos de mitigación y tratamiento. Se trabajará con modelos compartimentales que se describen matemáticamente como sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Se obtienen así modelos de simple comprensión, en los cuales se pueden estimar los impactos de los protocolos que se implementarán. Por otro lado, al tratarse de una población privada de libertad, podemos asumir supuestos simplificadores como la no dispersión geográfica, asumir una población total constante, entre otros.

Introducción: Trabajamos con modelos compartimentales donde los individuos se clasifican en categorías acorde al desarrollo de su enfermedad. Uno de los modelos más simples es el SIR que contiene tres tipos de categorías: susceptible (S), infectado (I) y recuperado (R).

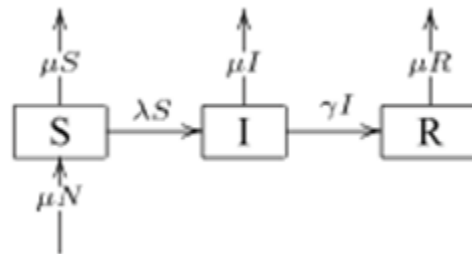


Figura 1: Representación modelo SIR

Para esta dinámica, o variantes de esta, se propondrán protocolos de tratamiento y distintos criterios que den cuenta de su eficiencia.

Objetivos: La idea es utilizar las herramientas teóricas y numéricas de control óptimo estudiadas en el curso para analizar la problemática descrita anteriormente. **Se le otorga cierta libertad a la hora de plantear el problema y en el formato del informe. Sin embargo, debe guiarse por la pauta siguiente que entrega los criterios mínimos a ser evaluados.**

- Analizar las dinámicas, por ejemplo, la controlabilidad a un estado deseable y su observabilidad. Esto incluye ámbitos como estudiar el comportamiento del sistema linealizado para distintos tipos de control y estudiar la controlabilidad del sistema linealizado en los puntos de equilibrio, etc.
- Introducir el concepto R_0 , fundamental en epidemiología, y calcularlo para el problema propuesto.
- Estudiar la estabilización del sistema (sin restricciones en el control) hacia algún punto de referencia deseado. Para ello, estudiar la estabilización del sistema linealizado mediante algún control feedback lineal, controles feedback no lineales, etc.
- Investigar sobre el control de las enfermedades a tiempo óptimo, con el fin de, por ejemplo, mejorar la implementación de políticas públicas de salud con el menor tiempo posible. Proponer y analizar otros tipos de criterios a maximizar/minimizar, por ejemplo, análisis costo beneficio de los distintos protocolos.

- Plantear los anteriores problemas como problemas de control óptimo (describir el conjunto de controles admisibles, el conjunto objetivo, el Hamiltoniano del problema, las ecuaciones de los estados adjuntos y obtener las condiciones de transversalidad) y resolverlo mediante el uso del Principio del Máximo de Pontryagin (PMP) y herramientas numéricas como BOCOP.
- Describir la función valor y las ecuaciones de HJB de los problemas anteriores y resolverlas de forma numérica (o analíticamente de ser posible).

Referencias

- [1] R. M. Anderson, The epidemiology of HIV infection: variable incubation plus infectious periods and heterogeneity in sexual activity, *J. Roy. Stat. Soc. (A)*, 151 (1988), 66-93.
- [2] C. Castillo-Chávez, Ed., *Mathematical and Statistical Approaches to AIDS Epidemiology*, Lecture Notes in Biomath. 83, Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [3] A. Cousien, V.C. Tran, S. Deuffic-Burban, M. Jauffret-Roustide, J.-S. Dhersin and Y. Yazdanpanah, Dynamic modelling of hepatitis C virus transmission among people who inject drugs: a methodological review, *Journal of Viral Hepatitis*, 22 (2015), 213-229.
- [4] S. Coward, L. Leggett, G.G. Kaplan and F. Clement, Cost-effectiveness of screening for hepatitis C virus: a systematic review of economic evaluations, *BMJ Open*, 6:e011821 (2016).
- [5] G.P. Garnett, S.O. Aral, D.V. Hoyle, W. Cates Jr. and R.M. Anderson, The natural history of syphilis: Implications for the transmission dynamics and control of infection, *Sex. Transm. Dis.*, April 1997, 185-200.
- [6] R.M. Granich, C.F. Gilks, C. Dye, K.M. De Cock, B.G. Williams, Universal voluntary HIV testing with immediate antiretroviral therapy as a strategy for elimination of HIV transmission: a mathematical model, *The Lancet* 373 (2009), 48-57. [He2016] T. He, K. Li, M.S. Roberts, A.C. Spaulding, T. Ayer, J.J. Grefenstette, J. Chhatwal, Prevention of hepatitis C by screening and treatment in U.S. prisons, *Ann Intern Med.*, 164 (2016), 84-92.
- [7] H. W. Hethcote, The mathematics of infectious diseases, *SIAM Review* 42 (2000), 599-653.
- [8] V. Isham, Mathematical modelling of the transmission dynamics of HIV infection and AIDS: a review, *J. Roy. Stat. Soc. A*, 151(1988), 5-30.
- [9] A.R. Kimbir, T. Aboiyar, O. Abu and E.S. Onah, Modelling hepatitis B virus transmission dynamics in the presence of vaccination and treatment, *Mathematical Theory and Modeling*, 4 (2014), 29-43.
- [10] J.D. Murray, *Mathematical Biology I. An Introduction*, 3rd Edition, Springer-Verlag, 2002.
- [11] P.W. Nelson. *Mathematical Models in Immunology and HIV Pathogenesis*. PhD thesis, Department of Applied Mathematics, University of Washington, Seattle, WA, 1998.
- [12] Ph. Ricord, *Letters on Syphilis*, Palala Press, 2016.
- [13] A.J. Sutton, N.J. Gay, W.J. Edmunds, V.D. Hope, O.N. Gill, M. Hickman, Modelling the force of infection for hepatitis B and hepatitis C in injecting drug users in England and Wales, *BMC Infect. Dis.* 6:93 (2006).