

MA4006-1 Combinatoria**Profesor:** José Soto**Auxiliares:** Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl**Auxiliar 1**

2 de Agosto de 2019

P1. Sean m, n enteros mayores que 1. Sea S un conjunto con n elementos y $A_1, A_2, \dots, A_m \in P(S)$. Asuma que para todo $x, y \in S$ existe $i \in [m]$ tal que $|\{x, y\} \cap A_i| = 1$. Demuestre que $n \leq 2^m$.

P2. a) De cuantas maneras se puede particionar en dos conjuntos disjuntos, el conjunto $[n]$
 b) De cuantas maneras se puede particionar en dos conjuntos no necesariamente disjuntos, el conjunto $[n]$

P3. Para $m, n \in \mathbb{N}$ calcule el cardinal de los siguientes conjuntos;

a) $\{f : [n] \rightarrow [m] \mid f \text{ es estrictamente creciente} \}$

b) $\{f : [n] \rightarrow [m] \mid f \text{ es creciente} \}$

c) $\{f : [n] \rightarrow [m] \mid f \text{ es biyectiva} \}$

P4. Demuestre la siguiente desigualdad de forma combinatorial:

$$\sum_{k=1}^n k! \leq n^n$$

P5. Sean $k, n, m \in \mathbb{N}$, demuestre de forma combinatorial las siguientes identidades

$$a) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n} \qquad c) 2 \binom{2n-1}{n} = \binom{2n}{n}, \text{ con } n > 0$$

$$b) \sum_{i=0}^k \binom{m}{i} \binom{n}{k-i} = \binom{n+m}{k} \qquad d) \binom{n}{2} = \sum_{i=0}^{n-1} i$$

[Propuesto]

Determine el número de cuadrados con todos sus vértices en el tablero de 10x10 puntos equiespaciados.