MA3701-1 Optimización.
Profesor: Jorge Amaya.
Auxiliares: Javier Monreal, Diego Reyes.
Ayudantes: Catalina Murua, Mariana Salinas, Selma Bobenreith
Fecha: 13 de septiembre de 2019.

Trabajo dirigido

P1.- a) Demuestre que:
(i) Z es cóncava, donde Z(b)= máx $\{c^t x/Ax \leq b, x \geq 0\}$.
ii) V es convexa, donde V(c)= máx $\{c^t x/Ax \leq b, x \geq 0\}$.
Con b y c en dominios convexos y ambos problemas factibles y acotados.

P2.- (a) Considere el siguiente problema, en donde A es una matriz de m x n:

$$\begin{aligned} \min_{x} \quad & c^t x \\ \text{subject to} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

y sea x* una solucion optima. Suponga que $x_1^*, ..., x_p^* > 0$ y cero para las demas coordenadas, demuestre que el siguiente sistema no tiene solucion:

$$\begin{aligned} & Ad = 0 \\ & c^t d < 0 \\ & d_{p+1}, ... d_n \geq 0 \end{aligned}$$

no tiene solución.
Hiiiiint!: Considere $x = x^*+$td, para $t \geq 0$ suficientemente pequeño.

b) Considere el siguiente el problema de minimización y resuélvalo de ser posible o dar dirección de no acotamiento.

$$\begin{aligned} \min \quad & max\{x_1 - x_2, -x_1 - 3x_2\} \\ \text{subject to} \quad & 2x_1 - x_2 \leq 8 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Hint: considere la variable $z = max\{x_1 - x_2, -x_1 - 3x_2\}$.

P3.- Considere el problema de progamacion lineal:

$$\begin{aligned} \min \quad & 5x_1 + x_3 - 2x_5 - x_6 \\ \text{subject to} \quad & 5x_2 + 11x_3 + x_4 + x_5 = 10 \\ & x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 2 \\ & x_2 + x_3 + x_5 + x_6 = 6 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

(a) Imponiendo simultaneamente que las variables x_1 y x_5 pertenecen a la base y la variable x_3 está fuera de ella, encuentre una solución basica factible del problema.
(b) A partir de la base obtenida en (a), resuelva (P) usando simplex fase II de simplex.
(c) Escriba el problema dual de (P) y determine una solucion de el.
(d) Determine el largo de variacion de costo de x_5 de manera que la clase optima encontrada en (b) no cambie