Clase Auxiliar #4: Geometría Vectorial

Profesora: Natacha Astromujoff

Auxiliar: Juan Pedro Ross

P1. (a) Considere los puntos $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Verifique que los puntos son no colineales y encuentre la ecuación vectorial y cartesiana del plano Π_1 que los contiene.

(b) Dadas L_1 y L_2 definidas por:

$$L_1 : \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \quad L_2 : \begin{cases} 3x + y + 4 = 0 \\ z = -5 \end{cases}$$

Verifique que L_1 y L_2 son paralelas y distintas, y encuentre la ecuación vectorial, y cartesiana, del plano Π_2 que las contiene.

(c) Encuentre la ecuación vectorial de la recta L que se obtiene como la intersección de los planos Π_1 y Π_2 .

(d) Encuentre el punto S de intersección de las rectas L_1 y L y verifique que S satisface la ecuación cartesiana del plano Π_1 .

P2. Sean $P = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(a) Determinar la distancia de P a la recta que pasa por Q y por R .

(b) Determinar la ecuación vectorial de la recta L , que pasa por P_0 (Proyección de p) y es ortogonal al plano que contiene a P , Q y R , y concluir la distancia de este al punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix}$

P3. Propuesto Considere:

$$\Pi : \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + S_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + S_2 \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}, L_1 : \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, L_2 : \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ y } Q = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

(i) Calcule la ecuación del plano Π_1 que contiene a L_1 y L_2 .

(ii) Encuentre la intersección entre Π y Π_1 .

(iii) Calcule la distancia de Q al plano Π_1 y a L_1 .

(iv) Encuentre la ecuación del plano Π_2 que es paralelo a Π y pasa por Q .

(v) Calcule la distancia entre Π y Π_2 .

P4. Considere $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ con

$$T(p)(x) = 2p'(x) + \int_0^x 3p(t)dt$$

(a) Demuestre que es lineal.

(b) Estudie inyectividad y sobreyectividad.