

Clase Auxiliar #7
Profesora: Natacha Astromujoff
Profesor Auxiliar: Juan Pedro Ross

- P1.** (a) Pruebe que todo ángulo inscrito en una circunferencia es recto.
 (b) Pruebe que si un triángulo cumple el teorema de pitágoras, entonces es rectángulo.

P2. Un conjunto de vectores $\{x_1, x_2, \dots, x_r\} \subseteq \mathbb{R}^n$ se dice conjunto ortogonal si:

$$\langle x_i, x_j \rangle = 0 \quad \forall i \neq j$$

Sea $\{x_1, x_2, \dots, x_r\} \subseteq \mathbb{R}^n$ un conjunto ortogonal tal que $\|x_i\| = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, r\}$.

- (a) Se define:

$$x_{r+1} = y - \sum_{k=1}^r \langle y, x_k \rangle x_k$$

con $y \in \mathbb{R}^n$. Pruebe que $\{x_1, x_2, \dots, x_r, x_{r+1}\} \subseteq \mathbb{R}^n$ es un conjunto ortogonal.

- (b) Demuestre que si un conjunto es ortogonal entonces es linealmente independiente. ¿Es cierta la otra implicación?

P3. Considere:

$$L_1 : \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle, \quad L_2 : \begin{cases} x + z = 1 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$$

- (a) Demuestre que L_1 y L_2 son dos s.e.v.a. paralelos y distintos.
 (b) Encuentre la ecuación vectorial del plano π que pasa por $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ y es paralelo al plano que contiene a L_1 y L_2

P4. (a) Sea $\pi_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$, $\pi_2 := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$

Encuentre $\pi_1 \cap \pi_2$, subespacio afín de $\mathbb{R}^4$

(b) Sea ahora $\pi_3 := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$. Encuentre $\pi_1 \cap \pi_3$.

(c) Sea $\pi_4 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$. Encuentre $\pi_1 \cap \pi_4$.