

Clase Auxiliar # 5: Generadores, Bases y Dimensión

Profesora: Natacha Astromujoff
Profesor Auxiliar: Juan Pedro Ross

P1. Sea E el s.e.v de \mathbb{R}^4 generado por $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ Encuentre una base de E y su dimensión.

P2. Sea $h = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $W_h = \{M \in \mathbb{R}^{2,2} / Mh = 0\}$.

(i) Demuestre que W_h es s.e.v. de $\mathcal{M}_{22}(\mathbb{R})$.

(ii) Encuentre una base para W_h y calcule su dimensión.

(iii) Complete la base de W_h encontrada en la parte anterior hasta obtener una base de $\mathcal{M}_{22}(\mathbb{R})$.

P3. En el siguiente problema $\mathbb{P}_{\leq 3}(\mathbb{R})$ denota el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 3. Considere $U = \{p \in \mathbb{P}_{\leq 3}(\mathbb{R}) / p(1) = p'(1) = 0\}$.

(a) Encuentre una base de U y su dimensión.

(b) Considere ahora el subespacio vectorial $W = \{p \in \mathbb{P}_{\leq 3}(\mathbb{R}) / p''(0) = 0\}$

(i) Encuentre una base de W y su dimensión.

(ii) Encuentre una base de $U \cap W$ y su dimensión.

(c) Extienda la base de U a una base de $\mathbb{P}_{\leq 3}(\mathbb{R})$.

P4. Considere los espacios vectoriales

$$U = \{x \in \mathbb{R}^n | x_1 = 0\},$$

$$V = \{x \in \mathbb{R}^n | x_2 = \dots = x_n = 0\}$$

Considere $W = U + V$, ¿quién es W ? ¿Es una suma directa?