

P1)

considera $T: P_2 \rightarrow P_1$

$$p \mapsto T[p](x)$$

$$= (x^2 + x + 1)p(x)$$

• 04) Demuestra que T es lineal

Sol

cosas importantes a considerar

1- linealidad con respecto a los espacios de dominio y de codominio

• 2- una función puede no 'ser lineal' en el sentido que conocíamos para el estudio de funciones pero sí serlo en el sentido de ev

Todo depende del conjunto de finido, consideran $f = ax^2$ sin mas información no sabemos si es lineal debido a que si a es fijo es una parábola pero si x^2 es fijo si es lineal pero es la de finición y los espacios vectoriales que participan importante

$$\tilde{T}_1: \mathbb{R} \rightarrow P_2(\mathbb{R})$$

$$a \mapsto T_1(a)[x] = ax^2$$

es lineal por que es 'con x fijo' la operación importante es en a una componente lineal

mientras que para

$$T_2: \mathbb{R} \longrightarrow P_1(\mathbb{R})$$

$$x \longmapsto T_2(x)[a] = ax^2$$

- importa el no vimiento de x dado un ' a ', lo que hace que no sea lineal por el término cuadrático

pdq T es lineal

sea $p, q \in P_2, \lambda \in \mathbb{R}$

pdq

$$T(\lambda p + q) = \lambda T(p) + T(q)$$

al $T(\cdot)$ es una función

basta notar la igualdad evaluada
en x cualquier x

$$T(\lambda P + q)(x)$$

$$= (x^2 + x + 1) [\lambda P + q](x)$$

$$= (x^2 + x + 1) [\lambda P(x) + q(x)]$$

$$= (x^2 + x + 1) [\lambda P(x)] + (x^2 + x + 1) q(x)$$

$$= \lambda (x^2 + x + 1) P(x) + T(q)(x)$$

$$= \lambda T(P)(x) + T(q)(x)$$

$$\Rightarrow T(\lambda P + q) = \lambda T(P) + T(q) //$$

b) Encuentre una base y la dimensión de $\text{Ker}(T)$

Sol:

Recordamos que si $T: V \rightarrow V$

$$\text{Ker}(T) = \{ v \in V : T(v) = 0 \}$$

en este caso buscamos que

$$T(P) = 0 \quad \text{como el '0' de}$$

P_4 es de $\mathbb{C}[x]$ como función

$$v \neq 0 \quad T[P] = 0 \Rightarrow T[P](x) = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + x + 1) P(x) = 0$$

$$\Rightarrow P(x) = 0$$

$$\therefore p \in \ker(T) \Rightarrow p = 0$$

$$\text{ie } \ker(T) \subseteq \{0\} \text{ y}$$

$$\underline{\underline{\text{Siempr. } p \in \{0\} \subseteq \ker(T)}}$$

$$\Rightarrow \ker(T) = \{0\}$$

$\therefore \dim \ker(T) = 0$ y no tiene base. [La base es el conjunto vacío]

c) Determine una base de $\text{Im}(T)$ y calcule $\text{rang}(T)$

Sol

$\text{rang}(T)$ es un nombre fancy para 'dimensión $\text{Im}(T)$ '

hay dos enfoques clásicos
a realizar

1) $\rightarrow$ calcular la imagen
a mano

$\rightarrow$ obtener un generador
 $\rightarrow$ ver que son base

2) $\rightarrow$ calcular la dimensión
de $\text{Im } T$

$\rightarrow$ calcular la imagen
a mano

$\rightarrow$ obtener un generador
del tamaño de $\text{Im } T$

los dos caminos son casi idénticos la sutileza es que el τ se encarga de utilizar información extra del problema y utiliza el TNI

reconstruye que el TNI dice

$$\cdot T: U \rightarrow V \text{ lineal}$$

$$\cdot \dim(U) < \infty$$

$$\Rightarrow \dim U = \dim \ker T + \dim \operatorname{Im} T$$

em nuestro caso

$\dim \ker T = 0$ por parte anterior

$\Rightarrow \dim \operatorname{Im} T$

$$= \dim(P_2) = 3$$

$\hookrightarrow$ recordar estos detalles

• luego buscamos un generador de 3 vectores.

Para calcular la imagen es un proceso ya conocido

es buscar un generador
de un set.

Para el caso de Trans.
lineales es usual
hacer lo siguiente:

- Tomar un vector del dominio
- es aplicar la transformación lineal
- factorizar parámetros libres
[es decir si $v = \alpha e_1 + \beta e_2$
con $\{e_1, e_2\}$ alguna base factorizada
 α [algun vector] $+ \beta$ [algun otro
vector]]
Técnicamente factorizar por los

escalares arbitrarios

- podemos base/generador
em este caso

$$P(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 \text{ es}$$

um elemento arbitrario

e α, β, γ es lo que

va mos a factorizar

$$T[P](x) = (x^2 + x + 1)(\alpha + \beta x + \gamma x^2)$$

$$= \alpha(x^2 + x + 1)$$

$$+ \beta x(x^2 + x + 1)$$

$$+ \gamma x^2(x^2 + x + 1)$$

$$= \underline{\alpha(x^2 + x + 1)} + \underline{\beta(x^3 + x^2 + x)} + \gamma(x^4 + x^3 + x^2)$$

$$\Rightarrow \{x^2 + x + 1, x^3 + x^2 + x, x^4 + x^3 + x^2\}$$

genera la imagen y

son 3 vectores por

$\dim \text{Im } T = 3$ son base

- d) la inyectividad y epyectividad son fáciles de analizar. Para transformaciones lineales en el sentido que podemos utilizar teoremas y propiedades con dimensiones $\text{Ker}(T) \in \text{Im}(T)$

1 - T injectiva

ssi

$$\ker T = \{0\}$$

ssi

$$\dim \ker T = 0$$

2 - T epimotiva

ssi

$$\operatorname{Im} T = \mathbb{P}_4$$

$$\left. \begin{array}{l} \ker T = \{0\} \\ \dim \ker T = 0 \\ \operatorname{Im} T = \mathbb{P}_4 \end{array} \right\} \begin{array}{c} T \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

observamos
que $\ker T = \{0\}$

$\Rightarrow T$ es lineal

Pero como

$$\text{Im } T \subseteq \mathcal{P}_4 \text{ [siempre]}$$

$$\text{Im } T = \mathcal{P}_4 \quad \underline{\text{ssi}} \quad \begin{aligned} \dim \text{Im } T &= \dim \mathcal{P}_4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

ahora vemos que

$$\text{Im } T = 3$$

$\therefore T_{\text{no}}$ es epyectiva

$\Rightarrow T_{\text{no}}$ es isomorfismo

Por lo ser biyectiva

P2]

uno de los problemas clásicos de lineal es / dado valores particulares de la transformación en contrarla completa la idea de tras de este problema es el siguiente Teorema [puede demostrarlo como ejercicio]

Sea $T: U \rightarrow V$ transformación lineal. Sea $\{u_i\}_{i=1}^n$ base de U y $T(u_i)$ es conocido $\forall i$

$\Rightarrow T$ se conoce completamente

el problema

Sea $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

y $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ una transformación lineal que satisface

$$T\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{y } \text{Ker } T = \text{Im } T.$$

utilice sin demostrar
que B es base de $\mathbb{R}^4$

a) Demuestre que una base de $\text{Ker}(T)$ está dado por $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Sol

notamos que

$$\text{Ker } T = \text{Im } T$$

$$\Rightarrow \dim \text{Ker } T = \dim \text{Im } T$$

Por TNI

$$\begin{aligned} \dim \mathbb{R}^4 &= \dim \text{Ker } T + \dim \text{Im } T \\ &= \dim \text{Ker } T + \dim \text{Ker } T \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2 \dim \text{Ker } T = \dim \mathbb{R}^4 = 4$$

$$\Rightarrow \dim \text{Ker } T = 2$$

luego basta encontrar

2 vectores l. i. del Ker

Por enunciado

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \text{Im } T$$

$\updownarrow$ som iguais
por hip

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \text{Ker } T$$

$\Rightarrow \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ é um
subconjunto li de tamanho 2

luego son base del $\ker T$

obs: son n por ser

subconjuntos de un
conjunto n , en este
caso de la base B

b) Estudie inyectividad,
epiyectividad
y biyectividad de T

sol

recordamos

T lineal, $T: U \rightarrow V$ y

$$\dim U = \dim V$$

$\Rightarrow$ T inyectiva
ssi
 T epiyectiva
ssi
 T biyectiva

em nuestro caso $U=V$
 $\therefore$ podemos usar el Teo
ahora recordamos

T inyectiva

ssi

$$\ker T = \{0\}$$

$$\text{como } \dim \ker T = 2$$

$$\Rightarrow \ker T \neq \{0\}$$

$$\Rightarrow T \text{ no es inyectiva}$$

$$\Rightarrow T \text{ no es epyectiva}$$

$$\Rightarrow T \text{ no es biyectiva}$$

c) calcule la matriz
representante cuando
se ocupa B como base de partida y
llegada

hay dos metodos en este caso

1- calcular $T \rightarrow$ la matriz

2- calcular la matriz directamente

hagá la forma 1 para
enseñar como obtener
una transformación a partir
de valores fijos.

ahora sabemos que

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

son base del
 $\ker T$ luego

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ivego, ne capitula ndo

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$y \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ es}$$

Uma base del dominio
es decir como vemos T
em uma base del dominio
asi podemos empezar a
trabajar.

Sea $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ busquemos

$\alpha, \beta, \gamma, \Delta \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \Delta \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \alpha + \beta + \gamma + \Delta$$

$$Y = \beta + \gamma + \Delta$$

$$Z = \gamma + \Delta$$

$$W = \Delta$$

$$\Rightarrow \alpha = X - Y$$

$$\beta = Y - Z$$

$$\gamma = Z - W$$

$$\Delta = W$$

de esto tenemos que

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = (x-y) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$+ (y-z) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$+ (z-w) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$+ w \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} &= T([x-y] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) \\
 &+ T([y-z] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) \\
 &+ T([z-w] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}) \\
 &+ T(w \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix})
 \end{aligned}$$

$$= [x-y] \cdot T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$+ [y-z] \cdot T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$+ [z-w] T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + w T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= (x-y) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (y-z) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x-y+y-z \\ x-y+y-z \\ x-y+y-z \\ y-z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x-z \\ x-z \\ x-z \\ y-z \end{pmatrix}$$

ive go

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-z \\ x-z \\ x-z \\ y-z \end{pmatrix}$$

ahora hay dos formas
de proceder

(1) calcular $M_{BB} \rightarrow$ calcular $M_{\tilde{B}\tilde{B}}$

[$\tilde{B}$ = base canónica]

(2) o al revés.

Por razones pedagógicas
[donde usamos más
técnicas] tenemos

(1)

Para calcular una matriz
representante, de
manera general, hay
que

1- Calcular las imágenes de los elementos de la base de partida.

2- escribir el resultado de la combinación lineal de la base de llegada.

3- Los escalares de la combinación lineal de la imagen del elemento i -ésimo de la base de partida se ponen como la columna i -ésima de la matriz.

luego calculamos

$$T\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

obs el orden importa

[generalmente uno sigue el orden en que aparecen en la base]

así

$$M_{BB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

obs los subíndices dicen
c/n a qué base parte
y a cuál llega [de izquierda
derecha]

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{BB} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

obs lleno de a poco para
que se entienda donde
va que cosa

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{BB} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\cdot T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

análogo a anterior

$$\therefore M_{BB} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d) calcular la matriz
representante en
la base canónica
en el espacio de partida
y llegada

obs) el método 'correcto'
es: sabemos que

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - z \\ x - z \\ x - z \\ y - z \end{pmatrix}$$

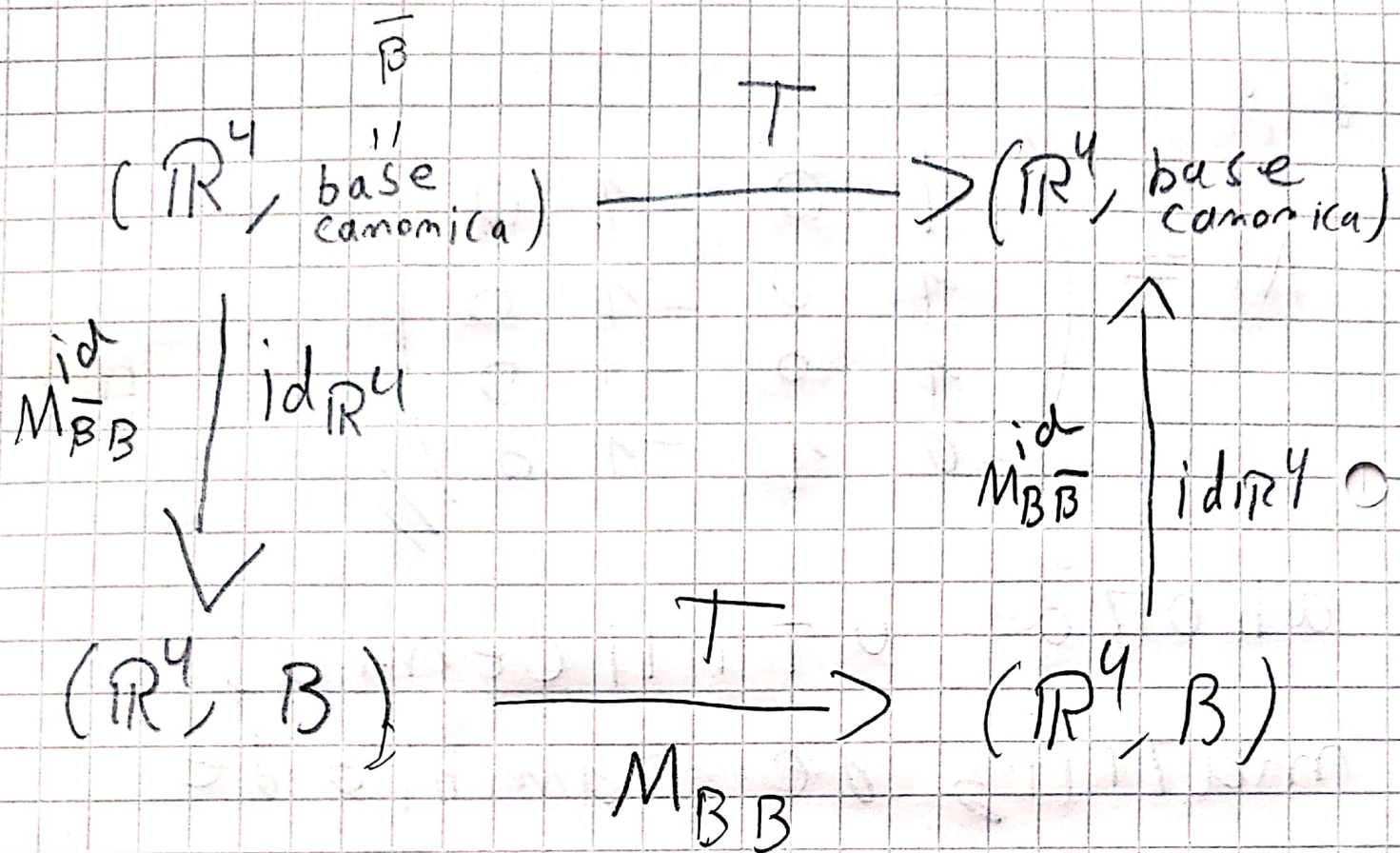
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$$

y

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

ahora utilizemos
matriz de cambio de
base para recuperar
el resultado

luego la mejor forma
para esto es realizar
un diagrama



$$\Rightarrow M = M_{B\overline{B}}^{\text{id}} \cdot M_{BB} \cdot M_{\overline{B}B}^{\text{id}}$$



la comencemos

obs $M_{B\overline{B}}^{\text{id}} = \left(M_{\overline{B}B}^{\text{id}} \right)^{-1}$

calculemos las otras matrices

$$\text{id} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{id} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= -1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

obs) uno puede resolver
un sistema para encontrar
las cte's es muy
complicado

Generalmente

base cualquiera $\rightarrow$ canónica
es Fácil de calcular

$$M_{\bar{B}B} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{id} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{id} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{\overline{B}B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

para la inversa

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\downarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\downarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\downarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

que es
el resultado
que
teníamos

Um Pno blenda interessante
es calcular la matriz
representante
de base canónica a B
y viceversa.

solución

la matriz entre